

## Задачи Московской Астрономической олимпиады 1997-2002

Под редакцией О.С. Угольникова и В.В. Чичмаря

Материал подготовлен Центром по работе с одаренными и мотивированными детьми

Москва — 2002

УДК 521  
У 26

Задачи Московской Астрономической олимпиады. 1997-2002. Под ред. Угольникова О.С., Чичмаря В.В. Сборник. — М. МИОО, 2002.

Сборник содержит 159 задач Московских олимпиад по астрономии и физике космоса, проводившихся с 1997 по 2002 год, с полными решениями.

Книга предназначена для любителей астрономии, членов астрономических кружков и клубов, школьников, студентов, аспирантов, преподавателей средних школ и вузов, научных работников.

### **Редакторы:**

*Угольников Олег Станиславович* — председатель Предметной комиссии Московской городской астрономической олимпиады.

*Чичмарь Владимир Васильевич* — научный сотрудник Московского института открытого образования, заведующий обсерваторией МГДД(Ю)Т, председатель Организационного комитета Московской городской астрономической олимпиады.

© О.С. Угольников, В.В. Чичмарь, 2002 г.

© МИОО, 2002 г.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Московские астрономические олимпиады имеют очень давнюю и богатую историю. Начало традиции их проведения было положено в 1947 году, когда усилиями механико-математического факультета Московского Государственного Университета им. М.В. Ломоносова, Московского отделения Всесоюзного астрономо-геодезического общества, Московского планетария при активном участии Московского городского отдела народного образования была проведена Первая городская астрономическая олимпиада. В здании механико-математического факультета Московского Университета на Моховой впервые собрались 32 школьника из десяти школ Москвы.

Первым победителем Московской городской астрономической олимпиады в личном зачете стал десятиклассник Игорь Зоткин, учащийся мужской средней школы №324, ныне известный российский астроном. Тогда он получил в подарок диплом и бинокль, которые хранит и по сей день. Еще семь призеров были премированы книгами по астрономии, а мужская средняя школа №425 (учитель П.Е. Полуботко) была награждена астрономическим телескопом системы Максудова. Перед победителями выступили с лекциями ведущие московские астрономы тех лет: заведующий астрономическим отделением Механико-математического факультета МГУ профессор П.П. Паренаго, профессор Б.А. Воронцов-Вельяминов, а также известный популяризатор астрономии Ф.Ю. Зигель. В последующие годы выступления ведущих учёных-астрономов перед участниками Олимпиады стали традицией.

Если в первых олимпиадах по астрономии участвовало несколько десятков ребят, то в последующие годы она собирала более двухсот-трехсот учащихся Москвы, Московской области и гостей из других городов и республик страны.

Многолетний опыт проведения Московской астрономической олимпиады помог Евро-Азиатскому Астрономическому обществу и Министерству образования Российской Федерации учредить в стране национальную олимпиаду по астрономии и физике космоса. Впервые такая Олимпиада состоялась в 1994 году в Ярославле. В настоящее время в Олимпиаде участвуют победители более чем из пятидесяти регионов России, в которых проводятся свои школьные астрономические олимпиады. Заключительные этапы национальной олимпиады организуются Министерством образования ежегодно в апреле и уже проведены в Калуге, Рязани, Троицке, Белгороде, Сыктывкаре и Красноярске. Олимпиада уже имеет собственные традиции — победители и призеры награждаются участием в Российской астрономической школе, ежегодно организуемой Евро-Азиатским Астрономическим обществом и Специальной Астрофизической обсерваторией РАН.

Проведение Первой Международной астрономической олимпиады в 1996 году на базе Специальной астрофизической обсерватории РАН запустило “цепную реакцию” систем национальных астрономических соревнований в разных странах. За последние пять лет олимпиады стали проводиться в Армении, Белоруссии, Болгарии, Бразилии, Индии, Италии, на Украине, в Финляндии, Швеции, Южной Корее. Большой интерес к Олимпиаде проявляют Китай, Грузия и ряд других стран.

В настоящее время Московская астрономическая олимпиада проводится в два тура, которым предшествуют окружные астрономические олимпиады, организуемые методистами по физике и астрономии окружных методических центров Москвы для своих школ. В первом общегородском туре участвуют победители и призеры окружных олимпиад, астрономической олимпиады учреждений дополнительного образования, проводимой отделом астрономии Московского городского Дворца творчества на Воробьевых горах, и все желающие школьники из Москвы, Подмосковья и других регионов страны. Второй, заключительный тур собирает сильнейших участников предшествующего общегородского тура. Затем следует встреча участников Олимпиады для разбора задач и награждения призеров.

В последние два десятилетия каждый тур продолжается до 4 часов, а число заданий увеличилось до четырех-пяти. Если на первых Московских городских астрономических олимпиадах требования к знаниям учащихся не превышали содержания школьного учебника и задачника по астрономии Б.А. Воронцова-Вельяминова, то в настоящее время составители задач ориентируются на реальные знания юных любителей астрономии, которые соответствуют знаниям системы дополнительного образования, значительно превышающим школьный минимум. Если в первые годы проведения Олимпиад в ней участвовали ученики только выпускного класса, в котором изучается астрономия, то теперь Олимпиада проходит по трём возрастным категориям: 7 класс и моложе, 8 - 9 классы и 10 - 11 классы. Причём в младшей возрастной группе нередко участвуют школьники из 3 - 4 классов и показывают весьма неплохие результаты.

Астрономия обладает счастливым достоинством — квалифицированный любитель астрономии может стать полноправным членом научного сообщества. Но для этого, как и профессионал, такой любитель должен серьёзно заниматься наукой. Астрономические олимпиады — хороший способ развития познавательного интереса и поощрения талантливых, работоспособных школьников. Закономерно, что среди известных отечественных астрономов немало победителей Московской олимпиады.

Московская астрономическая олимпиада — коллективное интеллектуальное мероприятие различных учреждений города. В настоящее время в организационный комитет, предметную комиссию и жюри олимпиады входят астрономы, аспиранты и студенты Государственного астрономического института им. П.К. Штернберга МГУ, преподаватели и сотрудники отдела астрономии Московского городского дворца детского (юношеского) творчества на Воробьевых горах, методисты и научные сотрудники Московского института

открытого образования, преподаватели и студенты Московского педагогического государственного университета.

Первые астрономические олимпиады, заложившие традиции последующих интеллектуальных астрономических соревнований, были подготовлены Е.Я. Богуславской, Ф.Ю. Зигелем, П.П. Паренаго, К.А. Порцевским, А.С. Шаровым и В.А. Шишаковым. Многие годы руководили олимпиадой и до сих пор служат её добрыми советниками победители Десятой Московской астрономической олимпиады А.В. Засов и К.В. Куимов. В семидесятые годы двадцатого столетия эстафету по организации и проведению Московских астрономических олимпиад взял на себя отдел астрономии Московского Дворца творчества на Воробьевых горах: Б.Г. Пшеничнер, Н.В. Козлова, В.В. Чичмарь.

Много интересных задач для участников Московской астрономической олимпиады в разные годы предложили С.И. Блинников, И.Т. Зоткин, К.А. Куликов, В.Г. Сурдин, В.И. Цветков, В.М. Чаругин и многие другие известные астрономы. На рубеже двадцатого и двадцать первого столетия Московская олимпиада по астрономии и физике космоса, являющаяся одним из самых старых интеллектуальных соревнований в городе и стране, входит в систему олимпиад столичного образования и курируется Московским комитетом образования. Несмотря на развитие системы национальных и международных олимпиад, Московская олимпиада остается одной из самых престижных и сложных (по уровню заданий) астрономических олимпиад в России.

С 1997 года состав коллектива, готовящего Московскую астрономическую олимпиаду, изменился, в нем стало больше молодых астрономов, продолжающих уже более чем полувековую традицию проведения олимпиады. В настоящий сборник включены все задачи, предлагавшиеся на Московской астрономической олимпиаде в этот, новый этап ее существования. Для каждой задачи приводится подробное решение. Более половины из этих 159 задач написаны редактором настоящей книги О.С. Угольниковым. Авторами задач олимпиады в 1997-2002 годах также являлись М.А. Воронков, Н.Н. Гомулина, П.А. Денисенков, А.В. Засов, В.И. Зернов, В.В. Иванов, В.И. Кондратьев, А.В. Кривов, В.Г. Курт, М.Е. Прохоров, В.Г. Сурдин, В.В. Чичмарь и Н.Н. Шахворостова.

## УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

### 51 Московская Астрономическая Олимпиада (1997 год)

#### 1 тур

##### 7 класс и моложе

- 1.1. Может ли Венера наблюдаться в созвездии Близнецов? В созвездии Большого Пса? В созвездии Ориона?
- 1.2. Почему полные солнечные затмения очень интересны для наблюдателей комет?
- 1.3. Вега кульминировала в 4 часа по местному времени. Какой сейчас сезон года (с точностью до месяца)?
- 1.4. Почему при наблюдении с Земли астрономы не смогли точно определить массу Венеры таким же способом, как они определяли массы большинства других планет?

##### 8 - 9 классы

- 1.5. Какие планеты, в какой конфигурации и из каких мест на Земле можно наблюдать всю ночь, с вечера до рассвета?
- 1.6. Период пульсара в Крабовидной туманности составляет 0.0334 секунды. В каких пределах и с какой периодичностью будет изменяться значение этого периода, измеренное на Земле? Когда оно будет достигать максимума и минимума?
- 1.7. Телескоп, установленный на широте  $50^\circ$  с.ш., имеет альт-азимутальную монтировку, на которой он может поворачиваться на  $360^\circ$  по азимуту и от  $40^\circ$  до  $50^\circ$  по высоте. Какая доля небесной сферы доступна наблюдениям с этим телескопом?
- 1.8. Блеск Венеры во время верхнего соединения равен  $-3.9^m$ , а во время наибольшей элонгации  $-4.4^m$ . Чему равен блеск Венеры в этих конфигурациях при наблюдении с Марса? Расстояние от Венеры до Солнца равно 0.723 а.е., а от Марса до Солнца 1.524 а.е.

##### 10 - 11 классы

- 1.9. Известно, что иногда на фоне вечерней зари удается заметить Луну в возрасте менее 1 суток, а иногда, даже при хорошей погоде, не удается. От каких факторов это зависит, и существует ли у них периодичность во времени?
- 1.10. Параллакс Веги равен  $0.12''$ , а звездная величина —  $0^m$ . На каком расстоянии от Солнца на прямой Солнце-Вега должен находиться наблюдатель, чтобы эти две звезды были одинаково яркими? Видимая звездная величина Солнца равна  $-26.8^m$ .
- 1.11. На Земле наблюдается частное солнечное затмение. Момент его наибольшей фазы наступил во время  $T$ , сама же наибольшая фаза наблюдается в пункте  $A$ . На какой высоте над горизонтом находится Солнце в этом пункте в это время? Как относительно диска Солнца располагается диск Луны?
- 1.12. При нынешнем положении Луны океанские приливы и отливы чередуются приблизительно через каждые 6 часов и имеют вдали от берега высоту около 50 см. А что было бы, будь Луна вдвое дальше от Земли?

#### 2 тур

##### 7 класс и моложе

- 1.13. Почему периоды хорошей вечерней видимости планет наступают обычно зимой и весной, а утренней — летом и осенью?
- 1.14. Почему на небе вблизи Млечного Пути наблюдается больше слабых звезд, а количество слабых галактик, наоборот, меньше, чем вдали от него?
- 1.15. 9 марта 1997 года в Восточной Сибири будет видно полное солнечное затмение. Опишите вид неба в момент полной фазы, учитывая, что затмение произойдет в первой половине дня.
- 1.16. Объясните, почему Титан — спутник Сатурна, смог сохранить свою атмосферу, а Меркурий — нет?

##### 8 - 9 классы

1.17. На какой максимальной высоте над горизонтом можно найти Меркурий невооруженным глазом? В какой сезон и на каких широтах это может произойти? Считать, что Меркурий становится видимым на сумеречном небе при погружении Солнца под горизонт, равном  $6^\circ$ .

1.18. Планета движется по круговой орбите вокруг звезды. Каким станет эксцентриситет орбиты, если масса звезды мгновенно изменится в  $n$  раз?

1.19. Поезд движется со скоростью 60 км/ч на запад вдоль параллели  $60^\circ$  с.ш. Какую продолжительность светлого времени суток зафиксирует пассажир этого поезда 21 марта? Рефракцией пренебречь.

1.20. Блеск Юпитера в противостоянии 1997 года составляет  $-2.8^m$ , а блеск Урана в противостоянии  $+5.7^m$ . Сравнить альбедо Юпитера и Урана. Расстояние Юпитера от Солнца вблизи противостояния в 1997 году составляет 5.065 а.е., Урана — 19.825 а.е., радиусы планет соответственно 71.49 и 25.56 тысяч км.

10 - 11 классы

1.21. Блеск Солнца равен  $-26.8^m$ . Найти блеск полной Луны, считая ее альбедо равным 0.1.

1.22. Наблюдатель фиксирует вид неба регулярно в одно и то же звездное время и постоянно видит Солнце на горизонте. В каком месте Земли и в какое звездное время это может произойти?

1.23. Белый карлик имеет массу 0.6 масс Солнца, светимость 0.001 светимости Солнца и температуру, вдвое большую температуры Солнца. Во сколько раз его средняя плотность выше солнечной?

1.24.

На ясном небе темном  
Видны соседние миры.  
Взгляни на свет их ровный  
В их тайны загляни!

Найди рогатое созвездье  
И в центр его посмотри,  
И два сияющих брильянта  
У взгляда встанут на пути:

“Планета-сила” светит ярче  
Любой сияющей звезды.  
Но ярче силы светит рядом  
“Богиня вечной красоты”.

В созвездии тринадцатом  
Еще два мира светят.  
И лишь Сатурна нет нигде  
На небе темном этом.

В какой сезон года (с точностью до месяца) и в какое время суток могла наблюдаться такая картина?

## 52 Московская Астрономическая Олимпиада (1998 год)

### 1 тур

7 класс и моложе

2.1. Опишите вид звездного неба с одного из галилеевых спутников Юпитера. Удастся ли с него увидеть невооруженным глазом Землю и Луну отдельно?

2.2. Нарисуйте чертеж, на котором изобразите движение Земли вокруг Солнца в течение года. За этот период Земля дважды проходит через точки, где линия пересечения плоскости земного экватора и плоскости эклиптики направлена в центр Солнца. Назовите эти точки и даты их прохождения.

2.3. Можно ли зажечь спичку на Марсе, и будет ли она гореть?

2.4. Звездная величина планеты в противостоянии на  $3.43^m$  меньше, чем в соединении. Что это за планета?

8 - 9 классы

2.5. Деревянный брусок плотностью  $700 \text{ кг/м}^3$  плавает в воде на лунной космической базе. Как изменится архимедова сила, действующая на брусок, если он будет плавать в масле? (плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , масла  $900 \text{ кг/м}^3$ , ускорение свободного падения на Луне  $1.6 \text{ м/с}^2$ ).

2.6. Гелиостационарной называется круговая орбита, лежащая в плоскости экватора Солнца, с периодом обращения, равным сидерическому периоду осевого вращения Солнца. Найти ее большую полуось.

2.7. Как известно, короче всего гражданские сумерки длятся в начале марта, перед весенним равноденствием, и в начале октября, после осеннего равноденствия. Почему?

2.8. 31 декабря 1997 года произошло красивое астрономическое явление — тесное соединение Луны и Венеры, при этом оба светила имели вид тонкого серпа. У кого фаза была больше — у Луны или Венеры и почему?

10 - 11 классы

2.9. Двойная звезда состоит из звезд  $3^m$  и  $8^m$ , угловое расстояние между которыми изменяется от  $1''$  до  $5''$  с периодом 50 лет. Лучевая скорость слабой звезды относительно Солнца изменяется с амплитудой  $\pm 5.55 \text{ км/с}$ , яркой звезды  $\pm 1.11 \text{ км/с}$ . Считая орбиты звезд круговыми, найдите массы и светимости обеих звезд. Что можно сказать об их физических свойствах?

2.10. С конца 1996 до начала 2000 года продолжается серия покрытий Луной яркой звезды Альдебаран ( $\alpha$  Тельца). При этом в средней полосе России в 1996-97 и 1999 годах покрытия происходят практически каждый месяц, а в 1998 году их там почти не видно. В чем причина столь странной закономерности? Когда наступит следующая серия покрытий Альдебарана Луной?

2.11. На видимом полушарии Луны установили лампу мощностью 1 кВт. Чему будет равна ее звездная величина при наблюдении с Земли? Светимость Солнца равна  $3.88 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$ .

2.12. С целью калибровки аппаратуры и определения прозрачности атмосферы были измерены сигналы фотоэлектронного умножителя от ярких звезд Арктур и Капеллы. И хотя эти звезды имеют близкую звездную величину и располагались на одинаковой высоте над горизонтом, сигналы сильно отличались. От какой из этих звезд сигнал мог быть больше и почему?

### 2 тур

7 класс и моложе

2.13. Четыре солнечных затмения наблюдались в экваториальной области Земли. Первое из них было полным с шириной полосы в середине затмения 50 км, второе — полным с шириной 150 км, третье — кольцеобразным с шириной 50 км, четвертое — кольцеобразным с шириной 150 км. Расположите эти затмения в порядке возрастания величины наибольшей фазы.

2.14. Чему равны экваториальные координаты полюса эклиптики?

2.15. Как вы думаете, чего больше — звезд в Галактике или комаров на Земле?

2.16. Меркурий, находясь в наибольшей восточной элонгации, вступил одновременно в соединения с Марсом и Юпитером. Какие планетные конфигурации можно наблюдать в этот момент с Меркурия?

8 - 9 классы

2.17. Каков максимальный размер астероида, с которого можно “спрыгнуть” в космос?

2.18. Сегодня на Земле наступило великое противостояние Марса. А могло ли сегодня на Марсе наблюдаться прохождение Земли по диску Солнца?

2.19. “Летающая звезда Барнарда” имеет рекордно большое собственное движение ( $10''$  в год). Параллакс звезды равен  $0.5''$ . Оцените тангенциальную скорость звезды по отношению к Солнцу.

2.20. Сколько времени будет длиться на Северном полюсе восход Солнца? восход Луны?

10 - 11 классы

2.21. Во сколько раз упадет светимость Солнца, если половина его поверхности покроется пятнами? (Температура солнечного пятна  $4200\text{K}$ ).

2.22. Предположим, что в солнечной системе есть планета “Противоземля” малой массы, движущаяся точно по орбите Земли с отставанием на полгода. Удалось бы эту планету зарегистрировать с помощью наземных обсерваторий?

2.23. Во сколько раз изменилась бы максимальная продолжительность полного солнечного затмения на Земле ( $7.5$  мин), если бы наша планета вращалась вокруг своей оси вдвое быстрее?

2.24. С поверхности какой планеты Солнечной системы Земля будет выглядеть наиболее яркой, и какой у нее будет при этом блеск? Блеск полной Земли на Луне равен  $-17^m$ .

## 53 Московская Астрономическая Олимпиада (1999 год)

### 1 тур

7 класс и моложе

- 3.1. Луна кульминировала в 15 часов по местному времени. Нарисуйте ее фазу в этот день.
- 3.2. Угловой диаметр Солнца на Земле составляет около  $30'$ , а его блеск равен  $-26.8^m$ . Чему равны угловой диаметр и блеск Солнца при наблюдении с поверхности Меркурия?
- 3.3. В какой сезон года на широте Москвы Венера может заходить за горизонт около полуночи?
- 3.4. Почему космические аппараты, исследующие планету Марс, совершают посадку на нее не во время противостояния, а через несколько месяцев, вблизи восточной квадратуры планеты?

8 - 9 классы

- 3.5. Как будут идти маятниковые часы, доставленные с Земли на поверхность Марса?
- 3.6. У какой из больших планет угловая скорость движения по небу может достигать максимального для всех планет значения? Чему оно равно и в какой конфигурации оно достигается?
- 3.7. Комета с периодом в несколько тысяч лет пролетает вблизи Земли. Какая у нее будет скорость относительно Солнца? относительно Земли?
- 3.8. 23 февраля 1999 года состоится тесное соединение Венеры и Юпитера. Чему будет равен их суммарный блеск, если блеск этих планет в отдельности будет равен  $-3.8^m$  и  $-2.1^m$ ? Какие светила на небе могут быть ярче?

10 - 11 классы

- 3.9. Телескоп имеет диаметр объектива 50 см и фокусное расстояние 3 м. Приемник с каким размером элементов вы бы предпочли для наблюдений с этим телескопом в линии водорода  $H_{\alpha}$  (6563 ангстрем)?
- 3.10. Комета в точке афелия располагается от Солнца вдвое дальше Нептуна, а в перигелии подходит близко к Солнцу. Чему равен ее орбитальный период?
- 3.11. Двойная звезда состоит из голубой звезды с температурой поверхности 30000К и блеском  $0^m$  и красной звезды с температурой поверхности 3000К и блеском  $5^m$ . Как соотносятся радиусы этих звезд?
- 3.12. Внутренняя планета имеет круговую орбиту с радиусом  $q$  а.е., лежащую в плоскости эклиптики. Определите разность гелиоцентрических долгот этой планеты и Земли, если известно, что планета находится в западной точке стояния. Орбиту Земли считать также круговой.

### 2 тур

7 класс и моложе

- 3.13. (*к 200-летию со дня рождения А.С. Пушкина*)

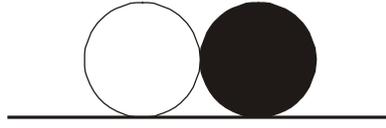
“На небесах печальная луна  
Встречается с небесною зарею,  
Одна горит, другая холодна.  
Заря блестит невестой молодою,  
Луна пред ней, как мертвая, бледна”.

Какие небесные явления описывает А.С. Пушкин в стихотворении? В какой фазе находилась Луна?

- 3.14. Где наблюдается в среднем больше полных солнечных затмений — в северном или южном полушарии Земли и почему?
- 3.15. Луна, находясь в созвездии Рыб, восходит в 12 часов по местному времени. В какое время она взойдет завтра на широте Москвы?
- 3.16. В одной из существующих моделей солнечных часов их плоскость наклонена так, что ось направлена не вертикально вверх, а к Северному полюсу мира. Какие преимущества и недостатки этой схемы вы можете отметить? В каких широтах Земли лучше использовать такие часы?

8 - 9 классы

- 3.17. Во время солнечного затмения в некотором пункте Земли наблюдается следующая конфигурация Солнца и Луны на горизонте:



Можно ли в этот момент откуда-нибудь на Земле наблюдать полное солнечное затмение?

3.18. Двойная звезда состоит из компонент с суммарной массой 10 масс Солнца, обращающихся по круговым орбитам с периодом 10 лет. На каком максимальном расстоянии от Солнца должна находиться эта пара, чтобы ее удалось разрешить в метровый телескоп?

3.19. Сравните блеск Меркурия в наибольшей элонгации от Солнца в случае, если он находится в перигелии и афелии своей орбиты. Большая полуось орбиты Меркурия составляет 0.387 а.е., а эксцентриситет орбиты 0.206. Орбиту Земли считать круговой.

3.20. Оцените, на какую высоту может подпрыгнуть астронавт, высадившийся на поверхность Луны. Массой скафандра пренебречь.

10 - 11 классы

3.21. Оцените максимальную ширину и продолжительность полной фазы при кольцеобразно-полном солнечном затмении. На какой широте Земли будет достигаться максимальная ширина? продолжительность?

3.22. Параллакс звезд из скопления Плеяды составляет около  $0.009''$ , собственное движение —  $0.05''/\text{год}$ , а лучевая скорость — около  $+10 \text{ км/с}$ . Когда расстояние Плеяд от Солнца было минимальным и чему оно было равно? Каков был блеск ярчайшей звезды скопления Альционы, если сейчас он составляет  $2.85^m$ .

3.23. Оцените ошибку определения координат астероида Церера вблизи ее квадратуры, вызванную наличием фазового эффекта. Диаметр Цереры равен 1000 км, а радиус орбиты — 2.77 а.е.

3.24. 17 ноября 1998 года Земля встретила с метеорным роем Леонид, порожденным кометой Темпеля-Туттля. Координаты радианта Леонид равны  $\alpha=10^h12^m$ ,  $\delta=+22^\circ$ , средняя скорость метеоров  $71 \text{ км/с}$ . Зная, что угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики равен  $17^\circ$ , определите ее скорость относительно Солнца вблизи Земли. Сравните ее со второй космической скоростью.

## 54 Московская Астрономическая Олимпиада (2000 год)

### 1 тур

7 класс и моложе

- 4.1. Почему на Луне много кратеров, а на Земле их меньше?
- 4.2. Смогут ли будущие жители Луны наблюдать корону Солнца во время солнечных затмений? При каких еще условиях ее можно будет наблюдать?
- 4.3. Можно ли в июле наблюдать созвездие Орла? Созвездие Ориона?
- 4.4. 8-10 мая 2000 года в соединении с Солнцем вступят сразу три ярких планеты — Меркурий, Юпитер и Сатурн. В каком созвездии они будут в это время находиться? Можно ли их будет наблюдать, и если да, то в какое время суток?
- 4.5. Предположим, что сегодня Луна в фазе первой четверти покрывает звезду Альдебаран ( $\alpha$  Тельца). Какой сейчас сезон года?

8 - 9 классы

- 4.6. Если бы Вам представилось выбрать место для новой обсерватории, работающей в оптическом диапазоне, то какие наиболее важные факторы Вы бы учли?
- 4.7. Телу на поверхности Земли сообщили в вертикальном направлении скорость, в точности равную первой космической скорости. Что будет происходить с этим телом? Сопротивлением атмосферы Земли пренебречь.
- 4.8. Среднее расстояние от Луны до Земли равно 384400 км, а от спутника Ио до планеты Юпитер — 421600 км. У какого из спутников период обращения вокруг планеты больше?
- 4.9. Какие значения может принимать фаза нашего естественного спутника в момент покрытия Венеры Луной?
- 4.10. 16 июля 2000 года произойдет полное лунное затмение, при котором Луна, находясь вблизи точки апогея своей орбиты, пройдет практически через центр земной тени. Будет ли близко к теоретически максимальному значению наибольшая фаза затмения? продолжительности полной фазы?

10 - 11 классы

- 4.11. Известно, что орбиты шаровых скоплений имеют большой эксцентриситет и наклонение к плоскости Галактики. Объясните, почему шаровых скоплений наблюдается больше в гало галактик, чем вблизи их ядер?
- 4.12. За какими типами звезд нам нужно следить, если мы желаем увидеть развитие взрыва сверхновой с самого начала?
- 4.13. Одна из компонент двойной системы очень похожа на Солнце, а другая по диаметру в 4 раза больше и имеет температуру поверхности около 12 тысяч градусов. Каковы будут звездные величины этих звезд в отдельности и двойной звезды в целом, если расстояние до них равно 100 пк?
- 4.14. Вычислите падение блеска системы Земля-Луна при наблюдении с поверхности Меркурия при центральном прохождении Луны за и перед диском Земли. Альbedo Земли равно 0.37, альbedo Луны 0.07.
- 4.15. На Земле наблюдается частное солнечное затмение. На какой максимальной высоте Солнца над горизонтом его можно увидеть?

### 2 тур

7 класс и моложе

- 4.16. Приведите примеры галактик, которые можно увидеть невооруженным глазом с экватора Земли.
- 4.17. Вчера произошло покрытие Венеры Луной. Может ли завтра наступить затмение Солнца? Луны?
- 4.18. Как можно определить географическую широту места по наблюдению Солнца в полдень? Когда вы будете делать это летом в Москве?
- 4.19. Сегодня Сириус взшел в 0 часов, а кульминировал в 6 часов по местному времени. Где вы находитесь? Какой сейчас сезон года?
- 4.20. Если серпик Луны узенький и очень похож на букву "С", то будет ли видна Луна через трое земных суток?

8 - 9 классы

- 4.21. В какое местное (среднее солнечное) время точка осеннего равноденствия находится в верхней кульминации через три недели после дня весеннего равноденствия?

4.22. С какой скоростью и в каком направлении нужно было двигаться по поверхности Земли, чтобы встретить новый 2000 год два раза?

4.23. Представьте себе планету, которая вращается, “лежа на боку” как Уран, и при этом движется по вытянутой орбите, как Меркурий. Ее сутки намного короче года, как у Земли. Ось вращения планеты, лежащая в плоскости ее орбиты, ориентирована так, что в моменты прохождения перигелия и афелия плоскость экватора планеты проходит через Солнце. Опишите, как меняются сезоны года на этой планете.

4.24. Можно ли увидеть с поверхности Земли одновременно Солнце и Луну в полной фазе лунного затмения? А можно ли увидеть с Марса одновременно Солнце и спутник Фобос, полностью погруженный в тень планеты?

4.25. Вам хорошо известно, что такое на Земле “Полярный круг” и как он связан с сезонным ходом Солнца. Аналогичный “Полярный круг” имеется на земном шаре и для Луны. Найдите широту “Лунного полярного круга” для северного полушария Земли, если наклон плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики составляет  $i=5.1^\circ$ .

10 - 11 классы

4.26. Куда прибудет земной путешественник, если он будет двигаться на северо-восток, ориентируясь по магнитной стрелке компаса?

4.27. Галактика имеет диаметр  $R=30$  кпк и толщину около  $d=600$  пк. Если в нашей Галактике вспыхивают 5 сверхновых за 100 лет, то как часто можно ожидать, что взрыв сверхновой произойдет в окрестности нашей Солнечной системы на расстоянии до 100 пк? *Примечание: считать, что плотность населения звезд в Галактике везде одинакова.*

4.28. Два одинаковых спутника массой  $m$  соединены тросом длиной  $l$ . Спутники вращаются по круговым орбитам вокруг Земли один над другим, т.е. всегда находятся на прямой, проходящей через центр Земли. Расстояние между центром Земли и серединой троса равно  $r$ . Найти силу натяжения троса.

4.29. По фотометрическим наблюдениям звезды, имеющим точность  $0.005^m$ , удалось открыть обращающуюся вокруг нее планету. Это удалось сделать, зарегистрировав ее прохождения по диску звезды, приводящие к падению ее блеска на  $0.02^m$  на период в 5 часов. Удастся ли открыть спутник этой планеты, в 3 раза меньший ее по размеру и обращающийся вокруг нее по орбите радиусом в 20 радиусов планеты? Плоскость орбиты спутника совпадает с плоскостью орбиты планеты.

4.30. Что мы можем на Земле видеть чаще — центральные солнечные или теньевые лунные затмения? *Примечание: центральным называется затмение, при котором центры дисков светил в момент наибольшей фазы совпадают.*

## 55 Московская Астрономическая Олимпиада (2001 год)

### 1 тур

#### 7 класс и моложе

5.1. Звезда взошла в  $00^{\text{h}}01^{\text{m}}$  по местному времени. Сколько еще раз она пересечет горизонт в данном пункте в эти сутки?

5.2. Объясните русскую поговорку “Если месяц по зорям ходит — к затмению Солнца”. Всегда ли она выполняется?

5.3. 22 июня Солнце поднялось на максимальную высоту  $60^{\circ}$  над горизонтом. На какую высоту оно поднимется в этом пункте 21 декабря?

5.4. Предположим, что сегодня Юпитер и Сатурн одновременно вступили в противостояние с Солнцем. У какой из этих планет следующее противостояние наступит раньше?

5.5. У жителей будущего возникло желание избавиться от Луны с ее постоянными приливами и отливами. Какую дополнительную скорость надо сообщить Луне, чтобы она покинула Землю?

#### 8 - 9 классы

5.6. Почему в “Астрономических календарях” для переменных звезд — цефеид приводятся моменты максимумов, а для затменных переменных звезд — моменты минимумов блеска?

5.7. Перечислите шесть самых ярких светил земного неба (в большую часть времени), начиная с самого яркого. Всегда ли эта последовательность остается такой же?

5.8. Недавно была открыта комета, имеющая блеск  $10^{\text{m}}$ . Расчеты орбиты показали, что через два месяца она вдвое приблизится к Солнцу и Земле. Можно ли будет наблюдать ее невооруженным глазом в это время? Считать, что яркость кометы обратно пропорциональна четвертой степени расстояния до Солнца.

5.9. Ранним вечером вы видите восходящую кроваво-красную Луну. Свидетелями какого явления вы стали?

5.10. Космонавт, выйдя из корабля, летящего по круговой орбите вокруг Земли, бросил 3 камня: один вперед, по ходу движения, другой назад, а третий вбок, перпендикулярно плоскости орбиты. Корабль совершил один оборот, оказавшись в той же точке. В каком положении будут камни 1, 2, 3 относительно корабля?

#### 10 - 11 классы

5.11. Во второй половине марта планета Меркурий находится точно на эклиптике, в  $10^{\circ}$  к востоку от Солнца. На какой широте его легче всего найти невооруженным глазом или в бинокль?

5.12. Почему большинство полных лунных затмений с фазой больше 1.75 оказываются невидимыми в России?

5.13. Чему равна максимальная скорость метеора при его влете в атмосферу Земли?

5.14. 1 января в 00 часов по всемирному времени произошло солнечное затмение, 5 января в 00 часов — покрытие Венеры Луной, а 6 января в 00 часов — покрытие Юпитера Луной. Какое еще астрономическое явление произойдет в январе и в какой день?

5.15. Напоминаем, что стационарным называется спутник, период обращения которого равен звездным суткам для данной планеты. Для всех ли планет Солнечной системы создание стационарного спутника является возможным?

### 2 тур

#### 7 класс и моложе

5.16. Какого из четырех типов затмений не существует на Земле и почему: полного солнечного, кольцеобразного солнечного, полного лунного, кольцеобразного лунного.

5.17. 1 апреля звезда Арктур кульминировала в  $01^{\text{h}}40^{\text{m}}$ , а звезда Вега — в  $06^{\text{h}}01^{\text{m}}$  местного времени. Какая из этих звезд первой кульминирует 1 июня?

5.18. Чему равна максимальная длина хвоста кометы, наблюдаемой с Земли?

5.19. Два поезда выехали с одинаковой скоростью на запад и восток из пункта А в момент захода Солнца. Пассажиры какого из поездов раньше встретят рассвет?

5.20. В пространстве Солнечной системы движется космический корабль в виде большой сферы, которая наполовину черная, а наполовину белая. Какой стороной к Солнцу в конце концов развернется корабль?

#### 8 - 9 классы

5.21. На каких широтах Луна может не скрываться над горизонтом в течение всех суток? Изменится ли эта область в ближайшие 5-6 лет?

5.22. Рассчитайте “третью космическую скорость” — минимальную скорость старта космического корабля с Земли, чтобы он мог без последующих затрат энергии навсегда покинуть Солнечную систему.

5.23. Вы находитесь на 60-й параллели. Сегодня звезда взошла в 16<sup>h</sup>00<sup>m</sup>, а зашла в 23<sup>h</sup>00<sup>m</sup> по московскому времени. Куда вам нужно отправиться завтра, чтобы наблюдать восход и заход этой звезды в то же время?

5.24. 20 декабря произошло солнечное затмение. Удастся ли увидеть Луну невооруженным глазом 21 декабря в 18 часов по местному времени на широте Москвы? на экваторе?

5.25. В научно-популярном астрономическом журнале за 2000 год в статье “Космоплавание под солнечным парусом” авторы пишут следующее: “...теперь повернем плоский зеркальный парус под углом к лучам. Фотоны начнут отскакивать от паруса подобно шарикку пинг-понга, брошенному под углом к столу. Часть импульса, направленную параллельно парусу, фотоны сохранят у себя, так что парусу достанется меньше, чем в полном раскрытии к лучам. Величина светового давления упадет, а направление давления будет совпадать с нормалью к парусу, отложенной с теневой стороны. Поворачивая парус, мы получаем возможность управлять направлением тяги “солнечного двигателя”, однако за это придется платить ее величиной: плоский парус, поставленный перпендикулярно лучам, вообще не даст никакой тяги”. Подтвердите или опровергните утверждение авторов статьи.

10 - 11 классы

5.26. Две звезды имеют температуры поверхности 10000К и 50000К и одинаковые радиусы. Какая из звезд будет ярче в красной области спектра (7000 ангстрем) и во сколько раз?

5.27. Как известно, благодаря эффективному механизму разогрева температура солнечной короны (2 млн К) намного выше температуры поверхности Солнца (6000К). Почему температура короны именно такая, и что мешает ей нагреться еще сильнее?

5.28. Оцените максимальную продолжительность покрытия звезды Луной.

5.29. Около далекой звезды главной последовательности открыта планета, обращающаяся вокруг нее по круговой орбите. Спектрометрические наблюдения показали, что ее орбитальная скорость равна 30 км/с, а период обращения составляет 10 лет. По интерферометрическим данным угловое расстояние планеты от звезды составляет 0.064". Видна ли эта звезда на нашем небе невооруженным глазом? Межзвездным поглощением пренебречь.

5.30. В научно-популярном астрономическом журнале за 2000 год в статье “Космоплавание под солнечным парусом” авторы пишут следующее: “Набегающие фотоны дважды обмениваются импульсом с парусом: первый раз — при поглощении, как в случае с черным парусом, и второй раз — при переизлучении в обратном направлении. Величина силы светового давления при этом окажется вдвое больше, чем на черный парус равной площади”. Подтвердите или опровергните утверждение авторов статьи.

## 56 Московская Астрономическая Олимпиада (2002 год)

### 1 тур

7 класс и моложе.

- 6.1. Сейчас Юпитер находится в созвездии Близнецов, а Сатурн — в созвездии Тельца. Будут ли они видны сегодня на небе? А через два месяца? Через четыре?
- 6.2. Бывает ли на северном полярном круге полярный день? полярная ночь?
- 6.3. Допустим, сегодня произошло прохождение Венеры по диску Солнца. В какое время суток удастся увидеть Венеру через 1-2 недели? Как она будет выглядеть в телескоп?
- 6.4. Объясните, почему каким бы ни было увеличение телескопа, мы не можем увидеть в его окуляр диски далеких звезд.

8-9 классы

- 6.5. 30 декабря 2001 года в один и тот же день произошло полутеневое лунное затмение и покрытие Юпитера Луной, причем второе из этих явлений было видно только на острове Гренландия и в прилегающих акваториях. В какое время суток оно там наблюдалось? Где в это время находились на небе Луна и Юпитер?
- 6.6. Звезды *A* и *B* светят одинаково через красный светофильтр, звезды *B* и *C* — одинаково через зеленый, а *A* и *C* — одинаково через синий. При этом в зеленых лучах звезда *A* ярче звезды *B*. Расположите эти три звезды в порядке возрастания их температуры.
- 6.7. В течение всей полной фазы солнечного затмения около экватора Солнца был виден яркий протуберанец. Оцените его минимальный размер, если ширина полосы полной фазы составляла 150 км, и оно наблюдалось вблизи зенита.
- 6.8. Двойная система состоит из двух одинаковых звезд с массой 5 масс Солнца, обращающихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс с периодом 316 лет. Удастся ли разрешить эту пару визуально в телескоп "ТАЛ-М" с диаметром объектива 8 см и увеличением окуляра  $105^x$ , если расстояние до нее равно 100 пк?

10-11 классы

- 6.9. Оцените видимую звездную величину Луны в момент новолуния. Видимая звездная величина Солнца равна  $-26.8^m$ . Альbedo Луны составляет 0.07, Земли — 0.37.
- 6.10. В какой из перечисленных дней закат в Москве происходит раньше всего? позже всего? 12 декабря, 22 декабря, 1 января.
- 6.11. Через какой минимальный промежуток времени может повториться солнечное затмение в одном пункте Земли? Какого типа будут эти два солнечных затмения?
- 6.12. Известно, что светимость Веги в 85 раз больше светимости Солнца, а ее спектральный класс A0. Со временем Вега может превратиться в нейтронную звезду с радиусом порядка 14 км. Оцените период вращения нейтронной звезды сразу после ее образования. Потери массы при эволюции звезды не учитывать, а современный период вращения Веги принять равным солнечному.

### 2 тур

7 класс и моложе.

- 6.13. Как вы думаете — если на Венере условия для жизни стали бы более удобными, чем сейчас, как это сказалось бы на ее блеске на земном небе? А как в этом же случае изменился бы блеск Марса?
- 6.14. Выясните условия видимости в Москве звезды  $\alpha$  Гидры с прямым восхождением  $09^h28^m$  и склонением  $-08^\circ40'$  для сегодняшнего дня. В течение какого промежутка времени (приблизительно) ее можно будет наблюдать в Москве?
- 6.15. Может ли в одном году наступить три полных солнечных затмения? три полных лунных затмения?
- 6.16. Как вы думаете — почему среди особо ярких комет редко встречаются короткопериодические, гораздо чаще яркими оказываются кометы, которые затем удаляются от Солнца на многие тысячи лет или вообще навсегда?
- 6.17. Какие предметы, находящиеся на звездном небе в виде созвездий, можно использовать на различных уроках в школе?

8 - 9 классы

6.18. Совпадает ли направление суточного вращения Земли с направлением движения лунной тени по ее поверхности во время полного солнечного затмения? Ответ обоснуйте.

6.19. Представьте, что Солнце является широкой двойной системой, имея спутник с вдвое меньшим радиусом и температурой поверхности 3000К, обращающийся вокруг Солнца по круговой орбите. Каков радиус этой орбиты, если звезда-спутник светит на земном небе как полная Луна? Будет ли с Земли различим диск звезды-спутника невооруженным глазом?

6.20. Оцените максимальную возможную продолжительность частного покрытия планеты Луной, видимого с Земли. Для какой планеты и вблизи какой конфигурации может достигаться такая продолжительность?

6.21. Планета обращается вокруг массивной звезды по эллиптической орбите. В один момент звезда взрывается как сверхновая и сбрасывает оболочку, уносящую половину ее массы. Что произойдет с планетой, если в момент взрыва она находилась в периастрии? в апоастрии? Взаимодействием планеты с оболочкой пренебречь.

6.22. Планета обращается вокруг звезды с постоянной светимостью по круговой орбите. На некоторой точке поверхности планеты наблюдается парадоксальная ситуация — в более холодный сезон года продолжительность светлого времени суток значительно больше, чем в более теплый! Может ли такое быть, и если да, то в какой точке планеты и при каких условиях?

#### 10-11 классы

6.23. В результате сбоя системы управления космического корабля изменились направления тяги его трех двигателей. Тяга первого двигателя под названием “Лебедь” оказалась направленной к созвездию Лебедя, тяга второго под названием “Рак” — к созвездию Рака. Куда направлена тяга третьего двигателя под названием “Щука”, если суммарная тяга равна нулю, и суммарная работа двигателей, как в басне Крылова, совершенно бесполезна? Мощности всех трех двигателей равны.

6.24. Представьте, что Луна обращается вокруг Земли в противоположном направлении, но с той же скоростью, что и сейчас. С каким периодом тогда будут чередоваться лунные фазы? Как изменится максимальная продолжительность полных солнечных и полных лунных затмений, видимых на Земле? Современный период лунных фаз — 29.53 суток, максимальная продолжительность полных лунных и солнечных затмений — 1.8 часа и 7.5 минут соответственно.

6.25. Каким должен был быть эксцентриситет орбиты Марса, чтобы во время его великих противостояний планета не описывала петлю среди звезд на земном небе? Чему был бы равен блеск Марса во время таких противостояний? Каким по яркости светилом он был бы на земном небе? Большая полуось орбиты Марса равна 1.524 а.е., орбиту Земли считать круговой.

6.26. В планетарных туманностях наблюдаются очень яркие “небулярные” линии азота и кислорода. Условием их возникновения является то, что за время нахождения в возбужденном состоянии атом не должен столкнуться ни с одним из электронов окружающей среды. Оцените среднюю концентрацию электронов в планетарной туманности, если известно, что по относительной интенсивности этих линий температура составляет 10000К, а время жизни около 50 сек. Масса электрона равна  $9.1 \cdot 10^{-28}$  г, эффективное сечение взаимодействия атома с электроном равно  $10^{-16}$  см<sup>2</sup>.

6.27. Известно, что “первая вспышка” протозвезды происходит в момент, когда гравитационная энергия станет равной энергии, необходимой для превращения всей массы протозвезды в плазму. Найдите абсолютную звездную величину протозвезды с массой Солнца в этот момент, если известно, что ее эффективная температура в два раза меньше эффективной температуры Солнца. Энергия, необходимая для превращения одного грамма вещества протозвезды в плазму равна  $2.5 \cdot 10^{13}$  эрг/г (или  $2.5 \cdot 10^9$  Дж/кг).

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### 51 Московская Астрономическая Олимпиада (1997 год)

1 тур

7 класс и моложе

1.1. Венера может наблюдаться в зодиакальном созвездии Близнецов. Также она может наблюдаться в северной части созвездия Ориона, так как это всего на несколько градусов южнее эклиптики, а отклонение Венеры от эклиптики может достигать  $8^\circ$ . Венера была видна в созвездии Ориона в августе 1996 года. В созвездии Большого Пса, далеко от эклиптики, Венера находится не может.

1.2. Существует целый класс комет, имеющих очень малое перигелийное расстояние. Вдали от Солнца они могут быть очень слабыми, однако вблизи перигелия их блеск сильно увеличивается, нередко достигая отрицательных звездных величин. В это время они находятся вблизи Солнца, и во время полного солнечного затмения появляется единственная возможность найти эти кометы с помощью обычной оптики.

1.3. Вега, ярчайшая звезда созвездия Лиры, кульминирует в местную полночь 1 июля (верхняя кульминация) и 31 декабря (нижняя кульминация). Приблизительно за два месяца до этого соответствующая кульминация будет происходить в 4 часа местного времени (с каждым днем кульминация Веги происходит на  $3^m56^s$  раньше). Точный ответ такой: верхняя кульминация Веги происходит в 4 часа по местному времени 1 или 2 мая, а нижняя — 30 или 31 октября.

1.4. Массу планеты можно достаточно точно определить по третьему обобщенному закону Кеплера, если известны периоды обращения и радиусы орбит ее спутников. У Меркурия и Венеры спутников нет. Оценка массы планеты по ее влиянию на другие планеты и пролетающие рядом астероиды не дает высокой точности. Точно определить массу Венеры удалось лишь в XX веке с помощью космических аппаратов.

8 - 9 классы

1.5. Все верхние планеты видны с вечера до рассвета вблизи эпох их противостояния с Солнцем (если в данной точке они восходят над горизонтом). Однако подобная ситуация может сложиться еще в одном случае: если планета имеет значительно большее (в южном полушарии — меньшее) склонение, чем Солнце, то она может стать незаходящей в полярных широтах, в то время как Солнце будет опускаться под горизонт довольно глубоко. Подобная ситуация сложилась весной 1996 года, когда внутренняя планета Венера была видна в течение всей ночи над северо-западным и северным горизонтом севернее  $65^\circ$  с.ш. Меркурий — планета значительно более слабая и не отходящая далеко от Солнца, и для нее такие “экзотические” условия наступают намного реже и только в южных полярных районах, где Меркурий бывает хорошо виден во время своего наибольшего (до  $27^\circ$ - $28^\circ$ ) углового расстояния от Солнца.

1.6. Крабовидная туманность находится вблизи эклиптики, в своем видимом движении по небу Солнце проходит мимо нее в июне. На наблюдаемый период будет влиять движение Земли вокруг Солнца. Изменение периода равно

$$\Delta P = P \cdot \frac{v}{c},$$

где  $v$  — составляющая скорости Земли по направлению от туманности, а  $c$  — скорость света. Максимальный период будет во время движения Земли по направлению от Крабовидной туманности, что имеет место в марте, минимальный — во время движения Земли к туманности (сентябрь). Амплитуда годовых колебаний будет равна  $10^{-4}$  от величины периода, т.е.  $3 \cdot 10^{-6}$  секунды.

1.7. Несмотря на столь малый диапазон доступных высот светил над горизонтом, наблюдениям в этот телескоп, в принципе, будет доступно все северное небесное полушарие, то есть половина небесной сферы. Так, при наведении телескопа на юг ему будут доступны звезды со склонением от  $0^\circ$  до  $+10^\circ$ , на север — от  $+80^\circ$  до  $+90^\circ$ , а при движении телескопа по азимуту с юга на север мы пересечем все небесные параллели северного полушария. Соответственно, выбрав нужное время суток и сезон наблюдений, мы сможем навести телескоп на любой объект со склонением, большим  $0^\circ$ .

1.8. Фаза Венеры равна 1.0 в верхнем соединении и 0.5 в наибольшей элонгации вне зависимости от того, проводим ли мы наблюдения с Земли или с Марса. Таким образом, нам нужно всего лишь рассчитать, на сколько изменится расстояние до Венеры в той или иной конфигурации, если пункт наблюдения переместится с Земли на Марс. Обозначим через  $a_0$  радиус орбиты Венеры, а через  $a$  — радиус орбиты планеты, с которой ведутся наблюдения. Тогда расстояние до Венеры в момент ее верхнего соединения будет равно  $a+a_0$ , что составляет 1.723 а.е. для Земли и 2.247 а.е. для Марса. Тогда звездная величина Венеры во время верхнего соединения на Марсе будет равна

$$m_1 = -3.9 + 5 \lg (2.247/1.723) = -3.3.$$

Расстояние до Венеры в момент наибольшей элонгации равно

$$d = \sqrt{a^2 - a_0^2}$$

и составляет 0.691 а.е. для Земли и 1.342 а.е. для Марса. Звездная величина Венеры в момент наибольшей элонгации равна

$$m_2 = -4.4 + 5 \lg (1.342/0.691) = -3.0.$$

Интересно, что Венера светит на Марсе (как и Меркурий на Земле) в наибольшей элонгации слабее, чем в верхнем соединении.

10 - 11 классы

1.9. Это зависит от двух факторов. Первый — сезон года. Лучше всего молодую Луну искать зимой и весной, когда ее склонение возрастает со временем и к моменту наблюдений превышает солнечное. Второй фактор — расположение узлов лунной орбиты. Благоприятные условия складываются, когда вблизи новолуния орбита Луны располагается выше эклиптики. Разумеется, наилучшие условия наступают при сложении обоих факторов. Такое происходит раз в 18-19 лет и последний раз было в начале 90-х годов.

1.10. Расстояние до Веги  $R$ , выраженное в парсеках, равно  $1/\pi''$ , где  $\pi''$  — ее параллакс, выраженный в секундах дуги. Подставляя значение параллакса, получаем  $R=8.3$  пк. Учитывая, что в одном парсеке содержится 206265 а.е., определим видимую звездную величину Солнца с такого расстояния. Она равна

$$m_0 = -26.8 + 2.5 \lg (8.3 \cdot 206265)^2 = +4.4.$$

Учитывая, что блеск Веги с такого же расстояния равен  $0^m$ , она светит в

$$K = 10^{0.4 \cdot 4.4} = 57.5$$

раз ярче Солнца. Обозначим искомое расстояние вдоль прямой Солнце-Вега, с которого Солнце и Вега имеют одинаковый блеск, через  $r$ . Тогда для него должно выполняться уравнение

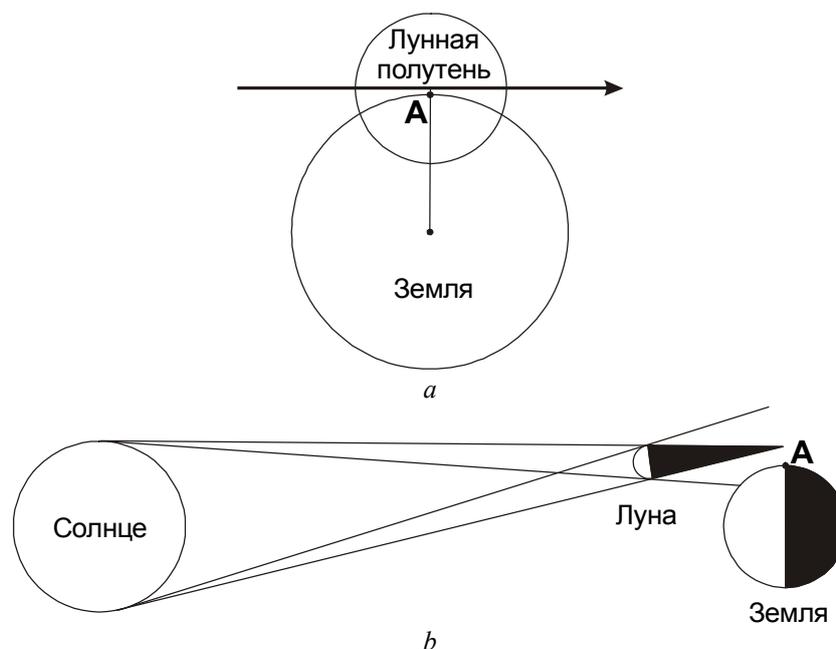
$$\frac{(R-r)^2}{r^2} = K.$$

Решения этого уравнения представляются в виде

$$r_{1,2} = \frac{-R(1 \pm \sqrt{K})}{K-1}$$

и равны +0.97 пк (наблюдатель находится на расстоянии 0.97 пк по направлению к Веге) и -1.26 пк (наблюдатель находится на расстоянии 1.26 пк по направлению от Веги).

1.11. В условии задачи сказано, что на Земле наблюдается только частное затмение Солнца. Значит, линия, соединяющая центры Солнца и Луны (линия центрального затмения) не попала на поверхность нашей планеты. В этом случае наибольшая фаза затмения будет наблюдаться в точке Земли А, глубже всего вошедшей в лунную полутень. Если смотреть на Землю со стороны Луны (см. рисунок а), то эта точка будет находиться на краю диска Земли, ближе всего к центру тени и полутени. В этой точке Земли Солнце и Луна будут находиться на горизонте.



А чтобы ответить на второй вопрос задачи, рассмотрим ту же конфигурацию Солнца, Луны и Земли “сбоку”. Из рисунка *b* видно, что в интересующей нас точке Земли диск Луны будет виден точно над диском Солнца, то есть Солнце будет на горизонте и превратится в серп с рогами, направленными вверх.

1.12. Приливная сила пропорциональна разности гравитационных воздействий Луны на переднюю и заднюю стороны Земли. Можно показать, что она обратно пропорциональна кубу расстояния от Земли до Луны. Поэтому при удалении Луны вдвое приливная сила уменьшится в 8 раз. В 8 раз уменьшится и высота морских приливов за счет влияния Луны, пропорциональная приливной силе, и составит около 6.25 см. На первый план выйдут солнечные приливы, высота которых составляет около 20 см. Периодичность приливов определяется, в основном, периодом обращения Земли вокруг своей оси, поэтому она практически не изменится.

2 тур

7 класс и моложе

1.13. Именно в эти периоды планеты имеют склонение выше (в южном полушарии — ниже) солнечного и могут быть хорошо видны даже при сравнительно небольшом угловом расстоянии от Солнца. Дуга эклиптики на небе в эти периоды поднимается высоко над горизонтом.

1.14. Наблюдая области неба, близкие к Млечному Пути, мы видим звезды нашей Галактики, сконцентрированные в ее диске. Именно их излучение сливается в светлую полосу Млечного Пути. Вдоль Млечного Пути наблюдается много молодых горячих звезд, которые рождаются из уплотненного в галактической плоскости межзвездного вещества. Однако все это вещество, точнее, его пылевая составляющая, поглощает свет более далеких объектов. Поэтому галактики практически и не видны вблизи полосы Млечного Пути.

1.15. Во время полной фазы затмения Солнце будет находиться невысоко над юго-восточным горизонтом. Справа, рядом с ним, будут видны Меркурий и Венера, чуть подалее — Юпитер, слева будет находиться Сатурн. Высоко над затмившемся Солнцем появится комета Хейла-Боппа. На небе будут видны также яркие звезды: Вега, Денеб, Альтаир, Арктур, Капелла.

1.16. Титан и Меркурий имеют сходную массу и размеры, но Меркурий находится значительно ближе к Солнцу и получает от него намного больше тепла. В разогретой атмосфере частицы имеют большие скорости и легче уходят от планеты. Поэтому Меркурий не удержал атмосферу. Холодная атмосфера Титана значительно более устойчива.

8 - 9 классы

1.17. Максимальное угловое расстояние Меркурия от Солнца составляет  $28^\circ$ . Поэтому если Солнце находится на глубине не менее 6 градусов под горизонтом, то Меркурий не может находиться на небе выше  $22^\circ$  (если линия Солнце-Меркурий перпендикулярна горизонту). Необходимо отметить, что угловое расстояние Меркурия от Солнца может достичь  $28^\circ$  только во время наибольшей восточной элонгации вблизи осеннего равноденствия и наибольшей западной элонгации вблизи весеннего равноденствия. В обоих случаях Меркурий будет находиться над Солнцем в районе южного тропика, где в это время эклиптика располагается перпендикулярно горизонту. Именно там можно увидеть Меркурий на высоте  $22^\circ$ .

Однако Меркурий можно найти значительно выше (в пределе — в зените) во время полного солнечного затмения.

1.18. Пока масса звезды не изменилась, планета двигалась вокруг нее по круговой орбите, при этом ее орбитальная скорость  $v_0$  и радиус орбиты  $R_0$  были связаны соотношением:

$$\frac{GM}{R_0} = v_0^2,$$

где  $M$  — изначальная масса звезды. После изменения массы звезды вектор скорости остался перпендикулярен радиусу-вектору, следовательно точка, в которой в этот момент находилась планета, является перигелием или апогелием новой орбиты. Скорость планеты может быть перпендикулярна радиусу-вектору еще в одной точке орбиты, которая будет соответственно ее апогелием или перигелием. Обозначим скорость планеты в этой точке через  $v$ , а расстояние до звезды — через  $R$ . Тогда для двух данных точек будут выполняться законы сохранения момента импульса и энергии:

$$vR = v_0 R_0;$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GMn}{R} = \frac{v_0^2}{2} - \frac{GMn}{R_0} = v_0^2 \left( \frac{1}{2} - n \right).$$

Выражая  $v$  через  $r$  из закона сохранения момента импульса, а  $GM$  — через  $v_0$  и  $R_0$  из первого уравнения решения этой задачи, получаем квадратное уравнение для величины  $R$ :

$$\left( n - \frac{1}{2} \right) R^2 - n R_0 R + \frac{R_0^2}{2} = 0.$$

Это уравнение имеет два решения, одно из которых относится к точке, где планета находилась в момент изменения массы звезды, и для которого  $R=R_0$ , а второе решение относится к противоположной точке орбиты, и величина  $R$  в этом случае равна

$$R = \frac{R_0}{2n - 1}.$$

Эксцентриситет орбиты планеты будет равен

$$e = \left| \frac{R_0 - R}{R_0 + R} \right| = \left| \frac{n - 1}{n} \right|.$$

Рассмотрим несколько возможных случаев. Если величина  $n$  меньше 0.5, то есть масса звезды уменьшится более чем вдвое, то орбита планеты станет гиперболической ( $R < 0$ ) с эксцентриситетом  $e > 1$ , и планета навсегда покинет звезду. Такая же судьба ее ожидает в случае  $n = 0.5$ , только здесь траектория будет параболической с эксцентриситетом  $e = 1$ .

При  $0.5 < n < 1$  орбита станет эллиптической, причем точка, в которой планета находилась до изменения массы звезды (расстояние  $R_0$ ), станет ее перигелием, а точка с расстоянием  $R$  — апогелием. Наконец, при  $n > 1$  орбита также будет эллиптической, однако точка с расстоянием  $R_0$  будет уже апогелием, а с расстоянием  $R$  — перигелием.

1.19. Скорость суточного движения Земли направлена с запада на восток и равна

$$v_0 = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T_0}.$$

Здесь  $R$  — радиус Земли,  $T_0$  — период ее вращения вокруг своей оси. На широте  $\varphi=60^\circ$  эта скорость составляет 835 км/ч. Движение пассажира поезда вокруг оси Земли будет происходить на 60 км/ч медленнее, и его скорость  $v$  составит 775 км/ч, что увеличит продолжительность солнечных суток до

$$T = \frac{2\pi R \cos \varphi}{v},$$

то есть до 25.85 часов. В день весеннего равноденствия световой день будет длиться ровно половину солнечных суток (если не учитывать рефракцию), то есть для пассажира поезда он составит  $12.93^h$  или  $12^h 56^m$ .

1.20. Очевидно, что во время противостояния внешней планеты, находящейся на расстоянии  $a$  от Солнца и  $(a - a_0)$  от Земли, ее яркость  $J$  будет пропорциональна

$$J \sim \frac{AR^2}{a^2(a - a_0)^2},$$

где  $A$  — сферическое альbedo,  $R$  — радиус планеты,  $a_0$  — расстояние Земли от Солнца, которое во время противостояний Урана и Юпитера в 1997 году (конец июля — начало августа) равно 1.015 а.е. Юпитер в противостоянии ярче Урана на  $8.5^m$  или в 2512 раз, а его радиус в 2.80 раз больше радиуса Урана. После вычислений мы получаем, что альbedo Юпитера менее чем на 1% превосходит альbedo Урана.

10 - 11 классы

1.21. Задачу можно решить без сложных вычислений. Достаточно вспомнить, что видимые угловые диаметры Солнца и Луны практически совпадают, а плотность потока световой энергии, уходящего от Луны, равен 0.1 от плотности потока солнечной энергии на расстоянии Луны (или Земли), или  $0.1 \cdot (r/R)^2$  от плотности потока солнечной энергии на поверхности Солнца ( $r$  — радиус Солнца,  $R$  — расстояние от Солнца до Луны, фактически равное 1 а.е.). В этой пропорции соотносятся поверхностные яркости Луны и Солнца, а значит, их блеск на небе Земли. Таким образом, блеск полной Луны равен

$$m = -26.8 - 2.5 \lg (0.1 \cdot (r/R)^2) = -12.6.$$

1.22. Очевидно, это может произойти там, где в какой-то момент по звездному времени эклиптика совпадает с горизонтом. Тогда Солнце окажется на горизонте независимо от сезона года. Соответственно, в зените в это время должен оказаться северный ( $\alpha=18^h$ ,  $\delta=+66.5^\circ$ ) или южный ( $\alpha=06^h$ ,  $\delta=-66.5^\circ$ ) полюс эклиптики. Таким образом, такая картина могла наблюдаться на северном полярном круге при звездном времени 18 часов или на южном полярном круге при звездном времени 6 часов.

1.23. Как известно, светимость звезды по закону Стефана-Больцмана пропорциональна  $R^2 T^4$ . Радиус белого карлика со светимостью в 1000 раз меньше солнечной и температурой поверхности вдвое большей, чем у Солнца, составляет по отношению к радиусу Солнца

$$\sqrt{\frac{0.001}{2^4}} = 0.0079.$$

Соответственно, его плотность по отношению к плотности Солнца будет равна

$$\frac{0.6}{0.0079^3} = 1.21 \cdot 10^6.$$

1.24. В стихах рассказано о положении на небе планет. “Рогатым созвездьем” может быть Овен, Телец или Козерог. В его центре находятся две планеты. “Богиня вечной красоты” — Венера, “планета-сила” — Юпитер (а не Марс, который, находясь рядом с Венерой, недалеко от Солнца, не светил бы ярче “любой сияющей звезды”). Сатурна в данный момент на небе нет, следовательно “еще два мира” — это Меркурий и Марс, и они находятся в “тринадцатом созвездии” — Змееносце.

Меркурий и Венера — внутренние планеты, не отходящие от Солнца дальше, чем на  $28^\circ$  и на  $47^\circ$  соответственно. Значит, они не могут отстоять более, чем на  $75^\circ$  друг от друга. А так как Меркурий находится в созвездии Змееносца, то Венера не может быть видна в созвездиях Овна или Тельца, отстоящих почти на  $180^\circ$ . Ей остается находиться в центре “рогатого созвездья” — Козерога. Но и в этом случае угловое расстояние

между Меркурием и Венерой не менее  $45^{\circ}$ - $50^{\circ}$ , т.е. они находятся по разные стороны от Солнца (или Меркурий будет очень близко к Солнцу), и тем не менее видны “на ясном небе темном”. Солнце, находящееся между Меркурием и Венерой, не может быть глубоко под горизонтом. Остается единственный вариант — полное солнечное затмение, при этом Солнце находится в центре или на западе созвездия Стрельца (не далее  $28^{\circ}$  от Меркурия), т.е. картина могла наблюдаться во второй половине декабря или в первой половине января только днем во время полного затмения Солнца.

## 52 Московская Астрономическая Олимпиада (1998 год)

1 тур

7 класс и моложе

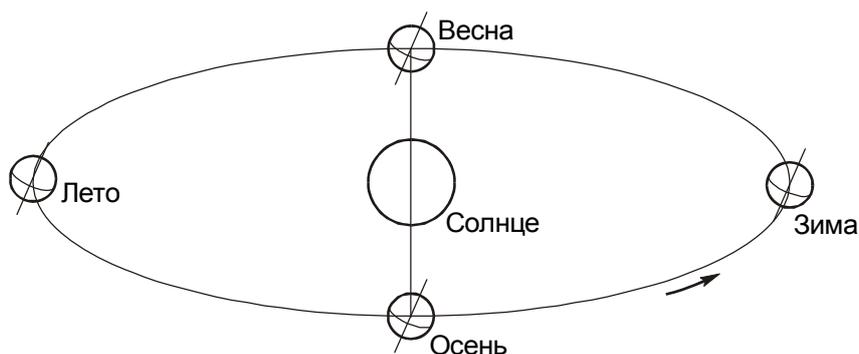
2.1. Главными светилами на небе галилеевых спутников Юпитера будут Солнце и сам Юпитер. Солнце будет ярчайшим светилом неба, хотя оно будет значительно слабее и меньше, чем на Земле, поскольку Юпитер и его спутники находятся в 5 раз дальше от Солнца, чем наша планета. Юпитер, напротив, будет иметь огромные угловые размеры, но светить он будет все же слабее Солнца. При этом Юпитер будет виден только с половины поверхности спутника, оставаясь неподвижным на небе, так как все галилеевы спутники, как Луна к Земле, повернуты к Юпитеру одной стороной. В своем движении по небу Солнце на каждом обороте будет заходить за Юпитер, и будут происходить солнечные затмения, и лишь при наблюдении с самого удаленного спутника, Каллисто, затмения может не наступить.

Кроме Солнца и Юпитера, на небе будут хорошо видны остальные спутники этой планеты, во время противостояний с Солнцем очень ярким (до  $-2^m$ ) будет Сатурн, немного ярче станут и другие, более удаленные планеты Солнечной системы: Уран, Нептун и Плутон. А вот планеты земной группы будут видны хуже, и дело не столько в их блеске, сколько в малом угловом расстоянии от Солнца. Так, наша Земля будет внутренней планетой, которая даже во время наибольшей элонгации будет отходить от Солнца всего на  $11^\circ$ . Однако этого углового расстояния может быть достаточно для наблюдений с поверхности спутника Юпитера, лишенного плотной атмосферы, рассеивающей свет Солнца. Во время наибольшей элонгации расстояние от системы Юпитера до Земли составит

$$d = \sqrt{a^2 - a_0^2} = 5.106 \text{ а.е.}$$

Здесь  $a$  и  $a_0$  — радиусы орбит Юпитера и Земли. Зная расстояние от Земли до Луны (384400 км), мы получаем максимальное угловое расстояние между Землей и Луной, равное  $1'43.8''$ , что в принципе достаточно для их разрешения невооруженным глазом. Однако блеск Луны в этот момент будет составлять  $+7.5^m$ , и она не будет видна невооруженным глазом (блеск Земли будет около  $+3.0^m$ ). Земля и Луна будут намного ярче вблизи верхнего соединения с Солнцем ( $-0.5^m$  и  $+4.0^m$  соответственно), но в это время их будет трудно увидеть в лучах дневного светила.

2.2. Плоскость земного экватора (или, что то же самое, плоскость небесного экватора) пересекается с плоскостью эклиптики по прямой, пересекающей небесную сферу в точках весеннего и осеннего равноденствий. Центр Солнца оказывается на данной прямой в дни равноденствий — 21 марта и 23 сентября.



2.3. Атмосфера Марса более чем на 95% состоит из углекислого газа ( $\text{CO}_2$ ), а кислород в ней практически отсутствует. Поэтому если речь идет об обычной спичке, то при ее зажигании возникнет искра, но она не вызовет горения самой спички.

2.4. Ответить на вопрос данной задачи можно и без расчетов. У всех далеких планет-гигантов разница в блеске в соединении и противостоянии отличается не более чем на  $1^m$ , и лишь у Марса она может превысить 3 звездные величины. В этом мы можем убедиться и при помощи вычислений. Если считать орбиту планеты и Земли круговыми с радиусами  $a$  и  $a_0$  соответственно, то разница в блеске в противостоянии и соединении выражается формулой

$$\Delta m = 5 \lg \frac{a + a_0}{a - a_0},$$

из чего мы получаем  $(a/a_0)=1.52$ , что означает, что речь идет о планете Марс.

8 - 9 классы

2.5. Так как плотность бруска меньше и плотности воды, и плотности масла, он будет плавать и в воде, и в масле, и в обоих случаях архимедова сила будет равна его собственному весу и не изменится, когда мы переложим брусок из воды в масло. Другое дело, что вес бруска будет в 6 раз меньше, чем на Земле.

2.6. Радиус круговой орбиты спутника  $R$ , вращающегося вокруг тела с массой  $M$ , связан с периодом обращения  $T$  следующим соотношением:

$$R = \left( \frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}.$$

Если подставить в эту формулу массу и период осевого вращения Солнца ( $2 \cdot 10^{30}$  кг и 25.4 сут), то мы получим значение радиуса гелиостационарной орбиты  $R=25.3$  млн км или 0.17 а.е.

2.7. Гражданские сумерки продолжаются от захода Солнца до его погружения на глубину  $6^\circ$  или, наоборот, от момента погружения Солнца на данную глубину до его восхода. Очевидно, что гражданские сумерки будут тем короче, чем быстрее Солнце меняет свою глубину погружения в это время. Зенитное расстояние Солнца быстрее всего меняется при его часовом угле  $t=\pm 6^\circ$ , то есть вблизи 6 и 18 часов по истинному солнечному времени. Это время попадает на гражданские сумерки в северном полушарии перед весенним равноденствием или после осеннего равноденствия.

2.8. Для решения задачи достаточно взглянуть на рисунок, показывающий конфигурацию Луны и Венеры в день их соединения. Видно, что фазовый угол  $\theta$  у Венеры меньше, чем у Луны, следовательно фаза, равная

$$F = \frac{1 + \cos \theta}{2},$$

будет больше у Венеры, нежели у Луны.



10 - 11 классы

2.9. Если орбиты звезд круговые, то расстояние между звездами  $R$ , выраженное в астрономических единицах, равно  $L \cdot d$ , где  $L$  — расстояние от Земли до этих звезд в парсеках, а  $d$  — максимальное угловое расстояние между звездами в угловых секундах. Эта же величина  $R$  равна  $vT/2\pi$ , где  $v$  — суммарная орбитальная скорость звезд, а  $T$  — период обращения звезд вокруг общего центра масс, который будет равен 100 годам, так как за один период обращения звезды дважды сблизятся и дважды разойдутся на земном небе. Так как плоскость орбит звезд наклонена к лучу зрения на угол

$$\alpha = \arcsin(1/5) = 11.5^\circ,$$

суммарная орбитальная скорость будет равна

$$v = (5.55 + 1.11)/\cos \alpha = 6.80 \text{ км/с.}$$

Подставляя численные значения, получаем  $R=22.82$  а.е. и  $L=4.56$  пк. Из III закона Кеплера получаем суммарную массу звезд:

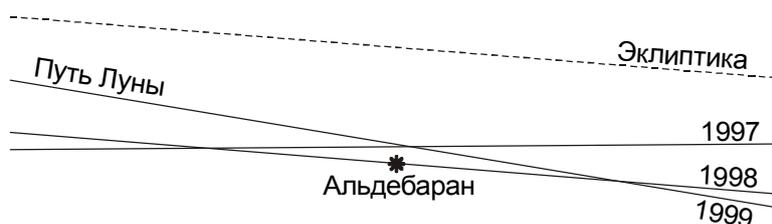
$$M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = 1.2M_0.$$

Здесь  $M_0$  — масса Солнца. Так как массы звезд, как видно по лучевым скоростям, соотносятся как 1:5, получается, что яркая звезда имеет массу около  $1M_0$ , а слабая —  $0.2M_0$ . Зная расстояние до звезд, мы можем рассчитать их абсолютные звездные величины  $m_0$  по формуле

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg L.$$

Абсолютная звездная величина получается равной  $+4.7^m$  для яркой звезды и  $+9.7^m$  для слабой. Выходит, что яркая звезда очень похожа на Солнце, а ее спутник является красным карликом с впятеро меньшей массой и в сто раз меньшей светимостью.

2.10. Звезда Альдебаран находится примерно в  $5^\circ$  южнее эклиптики. Примерно столько же составляет наклон лунной орбиты к эклиптике. Таким образом, покрытия Альдебарана Луной могут произойти, когда в этой же области находится точка орбиты Луны, наиболее удаленная от эклиптики к югу (см. рисунок). На рисунке видно, что данная точка ближе всего подошла к Альдебарану в 1998 году, и в это время покрытия наблюдались в экваториальной зоне Земли, а в средней полосе России Луна проходила ниже звезды. Однако перед и после этого времени Луна проходила чуть севернее, и область видимости покрытия попадала на северные широты. После начала 2000 года Луна будет проходить на небе значительно севернее Альдебарана, и его покрытия на Земле прекратятся. Новая серия этих явлений произойдет через 18.6 лет (период прецессии лунной орбиты), то есть в 2015-2018 годах.



2.11. Вначале определим звездную величину Солнца, если бы оно находилось на месте Луны, то есть в 389 раз ближе. Она равна

$$m_1 = -26.8 - 5 \lg 389 = -39.7.$$

При этом светимость Солнца равна  $3.88 \cdot 10^{26}$  Вт, то есть в  $3.88 \cdot 10^{23}$  раз больше, чем у лампы. Следовательно, звездная величина включенной на Луне лампы будет равна

$$m_2 = m_1 + 2.5 \lg (3.88 \cdot 10^{23}) = 19.3.$$

Такую лампу можно было бы увидеть в крупный телескоп, если бы не мешал свет самой Луны.

2.12. В условии не сказано, в какой области спектра проводились измерения. А ведь известно, что яркость излучения холодных (красных) звезд резко убывает в синих лучах (на это указывает формула Планка). Поэтому если измерять яркости Арктура и Капеллы с синим или фиолетовым светофильтром, то, несмотря на близкие видимые звездные величины, сигнал от оранжевого Арктура окажется значительно меньше, чем от желтой Капеллы.

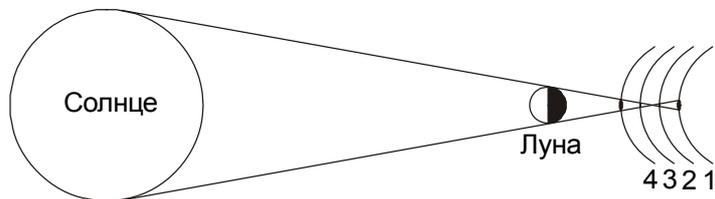
2 тур

7 класс и моложе

2.13. В условии задачи сказано, что все четыре затмения наблюдались вблизи экватора Земли. Это значит, что в середине каждого явления на Земле полная или кольцеобразная фаза наблюдалась очень высоко над

горизонтом, что в свою очередь означает, что ширина полосы в середине затмения практически равна толщине конуса лунной тени или его продолжения.

Фаза центрального солнечного затмения, а также его тип (полное или кольцеобразное) зависят от расстояния до Солнца и Луны. На рисунке показаны Солнце, Луна и отбрасываемый ею сходящийся конус тени, в котором можно наблюдать полное солнечное затмение. На некотором расстоянии от Луны конус сжимается в точку, и дальше он переходит в расходящийся конус, из которого видно уже кольцеобразное затмение Солнца.



Очевидно, что фаза солнечного затмения тем больше, чем больше видимые размеры Луны, то есть чем ближе мы к ней находимся. Поэтому самая маленькая фаза была у кольцеобразного затмения с шириной полосы 150 км, в этом случае поверхность Земли находилась в положении 1 на рисунке. Далее следуют: кольцеобразное затмение с шириной полосы 50 км (положение 2), полное затмение с шириной полосы 50 км (положение 3) и полное затмение с шириной полосы 150 км (положение 4).

2.14. Плоскость эклиптики наклонена к плоскости экватора на угол  $23.5^\circ$ , следовательно, линия, соединяющая северный и южный полюса эклиптики, проходящая через центр Земли, образует с ее осью такой же угол. Из этого следует, что склонение северного полюса эклиптики равно  $+66.5^\circ$ , южного  $-66.5^\circ$ . Прямое восхождение северного полюса эклиптики равно прямому восхождению точки зимнего солнцестояния ( $18^h$ ). Прямое восхождение южного полюса эклиптики равно  $6^h$ .

2.15. Наша Галактика насчитывает около  $10^{11}$  звезд, то есть на каждого человека на Земле приходится около 10 звезд в Галактике. А сколько комаров приходится на одного человека на Земле? Для ответа на этот вопрос вам достаточно зайти теплым летним вечером в лес. Уже нескольких минут вам будет достаточно, чтобы убедиться, что их явно больше 10, и тем самым решить данную задачу.

2.16. Раз Меркурий находится в наибольшей восточной элонгации, то угол с вершиной в центре Меркурия между направлениями на Солнце и Землю равен  $90^\circ$  (см. рисунок). Если вести наблюдения с Меркурия, то Земля окажется в западной квадратуре. Марс и Юпитер будут находиться в противоположном направлении, то есть в восточной квадратуре, одновременно с этим вступая в соединение друг с другом.



8 - 9 классы

2.17. Запишем выражение для второй космической скорости  $v$ , с которой должен подпрыгнуть астронавт, чтобы навсегда покинуть астероид с радиусом  $R$  и массой  $M$ :

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Будем считать астероид однородным шаром, в этом случае его масса равна

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3,$$

где  $\rho$  — плотность астероида, которую мы примем равной  $3 \text{ г/см}^3$ , что весьма типично для астероидов. Тогда вторая космическая скорость может быть выражена как

$$v = \sqrt{\frac{8}{3}\pi G\rho} \cdot R = 1.29 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} \cdot R.$$

Чтобы покинуть астероид прыжком со скоростью  $10 \text{ м/с}$  (такой прыжок под силу хорошему спортсмену), его радиус не должен превышать  $7.75 \text{ км}$ .

2.18. Во время великого противостояния планета Марс находится по ту же сторону от Солнца, что и Земля, находясь вдобавок к этому вблизи точки перигелия своей орбиты. Казалось бы, Земля находится между Солнцем и Марсом, и наблюдатели на Марсе могли бы увидеть прохождение Земли по диску Солнца. Но орбиты Земли и Марса находятся в разных плоскостях, и прохождение возможно, только если планеты находятся вблизи “линии узлов” — линии пересечения плоскостей орбит. Такое бывает, если противостояние Марса наступает в середине мая или середине ноября. Великие же противостояния Марса происходят в августе или сентябре, и тогда Марс располагается на небе значительно южнее эклиптики. Соответственно, для наблюдателей на Марсе Земля пройдет севернее диска Солнца, и прохождение не наступит.

2.19. Параллакс звезды Барнарда равен  $0.5''$ , и это означает, что расстояние до нее равно  $2 \text{ пк}$ , а отрезок длиной  $1 \text{ а.е.}$  на этом расстоянии виден под углом  $0.5''$ . За счет тангенциального движения звезда Барнарда пролетает за год в  $20$  раз большее расстояние, то есть ее тангенциальная скорость относительно Солнца равна  $20 \text{ а.е./год}$ . Выражая астрономическую единицу в километрах, а год в секундах, получаем значение скорости  $95 \text{ км/с}$ .

2.20. Угловая скорость годичного движения Солнца вдоль эклиптики равна

$$\omega = (360/365.25) = 0.986^\circ/\text{сутки}.$$

Вблизи весеннего равноденствия, когда Солнце восходит на Северном полюсе, эта скорость будет иметь вертикальную компоненту, равную

$$\omega_v = \omega \sin \varepsilon = 0.393^\circ/\text{сутки}.$$

Здесь  $\varepsilon$  — угол наклона экватора к эклиптике, равный  $23.5^\circ$ . Учитывая, что угловой диаметр Солнца в день весеннего равноденствия составляет  $32'$  или  $0.53^\circ$ , получается, что восход Солнца на Северном полюсе растянется на  $1.357$  суток, или  $1$  день и  $8.6$  часов.

Луна будет восходить гораздо быстрее. Ее средняя угловая скорость равна

$$\Omega = (360/27.32) = 13.177^\circ/\text{сутки},$$

вертикальная проекция

$$\Omega_v = \Omega \sin \varepsilon = 5.254^\circ/\text{сутки},$$

и при среднем угловом диаметре  $31'$  восход продлится  $2.36$  часа, что по “полярным меркам” очень немного.

10 - 11 классы

2.21. Светимость Солнца в случае, когда пятна занимают незначительную часть его поверхности, равна

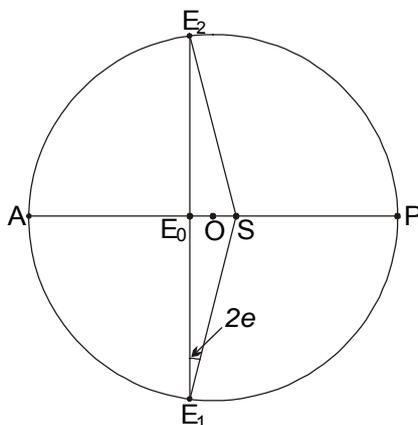
$$L_0 = 4\pi\sigma R^2 T_0^4,$$

где  $\sigma$  — постоянная Стефана-Больцмана,  $R$  — радиус Солнца, а  $T_0$  — температура его поверхности, равная 6000К. Если же пятна с температурой  $T=4200\text{К}$  покроют половину поверхности Солнца, его светимость станет равной

$$L = 2\pi\sigma R^2(T_0^4 + T^4).$$

В итоге, светимость упадет в  $(L_0/L)=1.61$  раза.

2.22. По условию задачи, масса планеты мала, и мы не сможем зарегистрировать ее по гравитационным возмущениям на движения других небесных тел. Однако, как ни странно, мы сможем ее просто увидеть! Вспомним, что орбита Земли является эллиптической с эксцентриситетом  $e=0.017$ . По II закону Кеплера радиус-вектор, направленный из центра Солнца в центр планеты, за равные промежутки времени описывает равные площади. Изобразим орбиту Земли (и Противоземли) вокруг Солнца на рисунке. Солнце находится в точке S, перигелий орбиты — в точке P, афелий — в точке A. Обозначим центр эллипса через O, тогда длина отрезка OS будет равна  $ae$ , где  $a$  — большая полуось орбиты Земли. Пусть Земля (точка  $E_1$ ) находится в середине временного интервала между афелием и перигелием, а Противоземля ( $E_2$ ) — между перигелием и афелием. Тогда площади частей эллипса, ограниченные отрезками  $SE_1$  и  $SE_2$ , совпадают. Если считать эксцентриситет орбиты Земли  $e$  малым, то из равенства площадей с точностью до  $e^2$  длина отрезка  $SE_0$  будет равна  $2ae$ . А это означает, что при наблюдении с Земли Противоземля будет находиться на угловом расстоянии  $2e$  рад или  $1.95^\circ$  от Солнца. Конечно, этого недостаточно, чтобы увидеть Противоземлю на восходе или заходе Солнца, но дало бы нам возможность без труда найти ее во время полной фазы солнечных затмений.



2.23. Как известно, максимальная ширина конуса лунной тени составляет приблизительно  $d=270$  км. Максимальная продолжительность полной фазы солнечного затмения достигается, если оно видно вблизи экватора, и скорость суточного движения наблюдателя  $u=0.46$  км/с сонаправлена со скоростью движения тени  $v$  (около 1.06 км/с, Луна находится вблизи точки перигея орбиты). В таком случае наблюдатель пересекает тень по диаметру за время

$$t = \frac{d}{v - u},$$

равное 450 секундам, или 7 с половиной минутам. Если бы Земля вращалась вокруг собственной оси вдвое быстрее, то скорость наблюдателя  $u$  составила бы 0.92 км/с, и продолжительность полной фазы солнечного затмения могла бы достичь 1928 секунд или 32 с лишним минут, то есть в четыре с лишним раза больше! Замечательное было бы зрелище...

2.24. Блеск Земли будет тем выше, чем ближе она будет располагаться к пункту наблюдения, и чем больше у нее будет при этом фаза. Поэтому мы можем даже не рассматривать планеты-гиганты, которые находятся очень далеко от Земли. Достаточно близко к Земле во время своих великих противостояний может подойти Марс, но в это время Земля будет повернута к нему своей неосвещенной стороной, и ее блеск будет далек от максимального. Вблизи своего верхнего соединения с Солнцем Земля будет иметь практически полную фазу, но опять-таки будет удалена более чем на 2 а.е. Гораздо ближе Земля в полной фазе может располагаться к Меркурию и Венере во время своих противостояний на этих планетах. Но Венера окутана плотным облачным слоем, и с ее поверхности мы не сможем увидеть Землю, какой яркой она бы ни была. В результате, ярче всего Земля выглядит с поверхности Меркурия, когда обе планеты находятся по одну сторону от Солнца. Если Меркурий при этом находится вблизи точки афелия своей вытянутой орбиты, то его расстояние от Солнца

составляет 0.47 а.е., а от Земли — около 0.53 а.е. или 79.3 млн км. Если с расстояния Луны в 384400 км Земля имеет блеск  $-17^m$ , то с расстояния Меркурия он будет равен

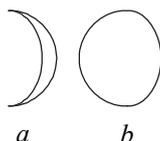
$$m = -17 + 5 \lg (79300000/384400) = -5.4.$$

## 53 Московская Астрономическая Олимпиада (1999 год)

1 тур

7 класс и моложе

3.1. Луна кульминировала примерно на 3 часа позже Солнца. Если это была верхняя кульминация, то Луна была растущей, примерно посередине между фазами новолуния и первой четверти. При наблюдении из северного полушария Земли она будет иметь вид серпа с рогами, направленными влево (рисунок *a*), при наблюдении из южного полушария рога будут направлены вправо. Если кульминация была нижней, то это была ущербная Луна посередине между полнолунием и последней четвертью. При наблюдении из северного полушария ущерб будет справа (рисунок *b*), из южного — слева.



3.2. Среднее расстояние Меркурия от Солнца составляет 0.387 а.е, в 2.58 раза меньше, чем расстояние от Солнца до Земли. При наблюдении с этой планеты угловой диаметр Солнца будет в 2.58 раза больше, чем на Земле, то есть около  $1.3^\circ$ . Звездная величина Солнца на Меркурии составит

$$m = -26.8 - 5 \lg 2.58 = -28.9.$$

3.3. Венера — внутренняя планета, ее угловое расстояние от Солнца не может превышать  $47^\circ$ . Раз эта планета около полуночи заходит за горизонт, значит в это время она находится к востоку от дневного светила и видна по вечерам. Но и в этом случае Венера будет оставаться до полуночи на небе, только если ее склонение близко к максимальному, то есть если она будет находиться вблизи точки летнего солнцестояния, а Солнце будет находиться западнее вдоль эклиптики на наибольшем угловом расстоянии. Такая картина может иметь место только в апреле-мае во время восточной элонгации Венеры.

3.4. Аппарату требуется значительное время, чтобы долететь от Земли до Марса. Выгоднее всего запустить аппарат так, чтобы во время противостояния Марса он находился примерно на середине пути к нему. Тогда он достигнет Красной планеты вблизи ее восточной квадратуры.

8 - 9 классы

3.5. Ускорение свободного падения на поверхности планеты  $g$  равно

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где  $M$  и  $R$  — масса и радиус планеты. Масса Марса составляет 0.107 от массы Земли, а его радиус — 0.533 радиуса Земли. В итоге, ускорение свободного падения  $g$  на Марсе равно 0.377 от этой же величины на Земле. Период колебаний часов  $T$  с маятником длины  $l$  равен

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

и маятниковые часы на Марсе будут идти в 1.629 раз медленнее, чем на нашей планете.

3.6. Угловая скорость движения планеты (как верхней, так и нижней) по небу достигает максимума в верхнем соединении, когда планета находится за Солнцем. При этом у верхних планет эта скорость будет ниже угловой скорости Солнца, у нижних — выше. Угловая скорость движения планеты по небу в верхнем соединении  $\omega$  равна

$$\omega = \frac{v + v_0}{a + a_0} = \omega_0 \frac{1 + \sqrt{a_0/a}}{1 + a/a_0},$$

где  $a$  и  $v$  — большая полуось орбиты и орбитальная скорость планеты а  $a_0$  и  $v_0$  — большая полуось и орбитальная скорость Земли. Второе равенство получено из III закона Кеплера в предположении круговых орбит планет,  $\omega_0$  — угловая скорость орбитального вращения Земли, равная  $0.986^\circ/\text{сутки}$ . Из данной формулы видно, что угловая скорость движения планеты по небу будет тем больше, чем меньше отношение  $(a/a_0)$ , то есть чем ближе к Солнцу находится планета. Получается, что быстрее всех по небу может перемещаться Меркурий. Учитывая, что большая полуось его орбиты равна  $0.387$  а.е., получаем значение угловой скорости  $1.85^\circ/\text{сутки}$ .

Однако, этот ответ лишь приближенный. Для точного решения задачи нужно учесть, что орбита Меркурия достаточно вытянута ( $e=0.206$ ), и его угловая скорость по небу достигнет максимума, если верхнее соединение этой планеты совпадет с прохождением точки перигелия орбиты. В этом случае вместо величины  $a$  в формулу для угловой скорости нужно подставить перигелийное расстояние Меркурия  $r_p$ :

$$r_p = a(1 - e),$$

а вместо величины  $v$  – перигелийную скорость Меркурия  $v_p$ :

$$v_p = v \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}.$$

Эти величины составляют  $0.307$  а.е. и  $58.9$  км/с, из чего мы получаем максимальную угловую скорость Меркурия на небе:  $2.25^\circ/\text{сутки}$ .

3.7. Орбита кометы с таким большим периодом обращения близка к параболической. В этом случае полная энергия единицы массы кометы

$$E_m = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{R}$$

близка к нулю, и при любом расстоянии от Солнца  $R$  скорость кометы относительно него  $v$  близка ко второй космической скорости для данного расстояния ( $M$  — масса Солнца). На расстоянии в  $1$  а.е. (около Земли) эта скорость равна  $42.1$  км/с. Так как Земля сама движется по орбите со скоростью  $29.8$  км/с, скорость кометы относительно Земли в зависимости от направления движения кометы может составлять от  $12.3$  до  $71.9$  км/с.

3.8. Суммарный блеск двух светил со звездными величинами  $m_1$  и  $m_2$  выражается формулой:

$$m = -2.5 \lg(10^{-0.4m_1} + 10^{-0.4m_2}).$$

Суммарный блеск Венеры ( $-3.8^m$ ) и Юпитера ( $-2.1^m$ ), рассчитанный по этой формуле, получается равным  $-4.0^m$ . Ярче на нашем небе могут быть Солнце, Луна и сама Венера, когда находится ближе к Земле.

10 - 11 классы

3.9. Для наблюдений лучше всего использовать приемник с размером элементов, равным размеру дифракционного диска звезды при наблюдении с данным телескопом, так как дальнейшее уменьшение размера элементов уже не приведет к повышению разрешающей способности. Угловой размер дифракционного диска звезды будет равен

$$\varepsilon = 1.22 \frac{\lambda}{d} = 1.60 \cdot 10^{-6}$$

или  $0.27''$ , где  $\lambda$  — длина волны, а  $d$  — диаметр объектива. Если обозначить фокусное расстояние телескопа через  $F$ , то размер элемента должен быть равен

$$\varepsilon F = 4.80 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

или, проще говоря,  $4.8$  микрон.

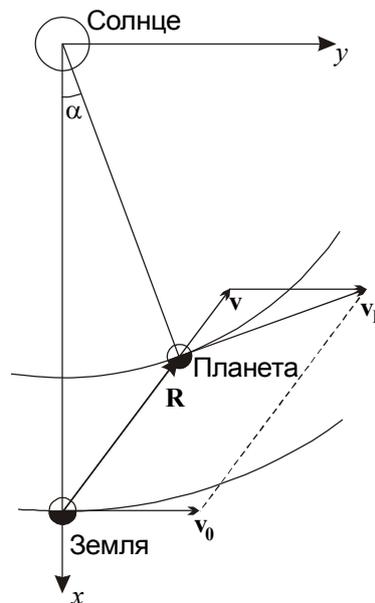
3.10. Как известно, большая полуось орбиты небесного тела равна

$$a = \frac{r_p + r_A}{2},$$

где  $r_p$  и  $r_A$  — его расстояние от гравитирующего центра в перигелие и афелие соответственно. По условию задачи, у данной кометы  $r_A = 2 \cdot r_N$ , а  $r_p \ll r_N$ , где  $r_N$  — радиус или (то же самое) большая полуось практически круговой орбиты Нептуна. Получается, что большие полуоси орбит кометы и Нептуна практически одинаковы, что по III закону Кеплера означает и равенство периодов их обращения вокруг Солнца. Так что без лишних расчетов можно сказать, что период обращения кометы составляет около 165 лет.

3.11. Разница в блеске двух компонент физической двойной звезды в  $5^m$  означает, что светимость горячей звезды ровно в 100 раз больше, чем холодной. Но, как известно, светимость звезды пропорциональна  $R^2 T^4$ , где  $R$  и  $T$  — ее радиус и температура. Так как температура горячей звезды в 10 раз больше, то с учетом соотношения светимостей получается, что ее радиус, напротив, должен быть в 10 раз меньше, чем у холодной звезды.

3.12. Напомним, что стоянием называется конфигурация планеты, в которой она переходит от прямого движения к попятному или наоборот и останавливается в своем видимом движении по небу (оговоримся, что полная “остановка” происходит только в случае совпадения плоскости орбиты планеты с плоскостью эклиптики, но именно такая ситуация и предусмотрена в условии задачи). Раз планета внутренняя (то есть  $q < 1$ ), а стояние западное, значит эта планета недавно прошла точку нижнего соединения с Солнцем, видна по утрам и переходит от попятного движения к прямому (см. рисунок), при этом разница долгот планеты и Земли положительна.



Введем систему координат с центром в Солнце, осью  $x$ , направленной к Земле, и примем расстояние от Солнца до Земли, а также орбитальную скорость Земли  $v_0$  за единицу. В таком случае расстояние от Солнца до внутренней планеты будет равно  $q$ , а ее орбитальная скорость, как можно убедиться из III закона Кеплера, равна

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{q}}.$$

Обозначим искомую разность гелиоцентрических долгот планеты и Земли через  $\alpha$  и запишем выражение для проекций радиуса-вектора  $\mathbf{R}_p$  и скорости планеты  $\mathbf{v}_p$  на оси  $x$  и  $y$ :

$$R_{px} = q \cos \alpha; \quad R_{py} = q \sin \alpha;$$

$$v_{px} = -\frac{\sin \alpha}{\sqrt{q}}; \quad v_{py} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}}.$$

Учитывая, что радиус-вектор Земли направлен вдоль оси  $x$ , ее скорость — вдоль оси  $y$ , а по модулю они равны 1, запишем выражения для компонент вектора  $\mathbf{R}$ , направленного от Земли к планете, и скорости планеты  $\mathbf{v}$  относительно Земли:

$$R_x = q \cos \alpha - 1; \quad R_y = q \sin \alpha;$$

$$v_x = -\frac{\sin \alpha}{\sqrt{q}}; \quad v_y = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}} - 1.$$

Планета не движется среди звезд на земном небе. Это означает, что векторы  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{v}$  должны быть сонаправлены, то есть

$$\frac{q \cos \alpha - 1}{-\frac{\sin \alpha}{\sqrt{q}}} = \frac{q \sin \alpha}{\frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}} - 1}.$$

Перемножая диагональные члены этой пропорции, мы в результате получаем

$$q \cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}} = 1 + \sqrt{q} \sin^2 \alpha + \sqrt{q} \cos^2 \alpha = 1 + \sqrt{q},$$

из чего следует выражение для угла  $\alpha$ :

$$\alpha = \arccos \frac{q + \sqrt{q}}{1 + q\sqrt{q}}.$$

Этот угол составляет около  $36^\circ$  для Меркурия ( $q=0.387$ ) и  $13^\circ$  для Венеры ( $q=0.723$ ), если считать их орбиты и орбиту Земли круговыми.

## 2 тур

7 класс и моложе

3.13. В стихах описывается встреча Луны с “молодой” утренней зарей и кажущееся побледнение лунного света на фоне все более яркого утреннего неба. Утром на небе может быть видна только “старая”, убывающая Луна. Раз А.С. Пушкин говорит о “печальной луне”, а не “месяце”, вероятно, наш спутник имел фазу более 0.5, то есть находился между полнолунием и последней четвертью.

3.14. Тип центрального затмения зависит, помимо других факторов, от расстояния от Земли до Солнца, которое не остается все время одинаковым. Земля обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите, подходя ближе всего к дневному светилу в начале января и отходя дальше всего в начале июля. То есть, зимой угловые размеры Солнца немного больше, чем летом. А значит, летом выше вероятность наступления полного затмения, при котором видимые размеры Луны больше, чем Солнца. Кстати, по этой же причине полные солнечные затмения с самой большой продолжительностью (7 минут и выше) наблюдаются только в июне, июле и начале августа.

Примем далее во внимание, что в летний период солнечные затмения чаще видны в северном полушарии, обращенном в это время к Солнцу, а зимой солнечные затмения видны больше в южном полушарии, где в это время лето. Итак, получается, что полные солнечные затмения чаще видны в северном полушарии, в южном же видно больше кольцеобразных затмений.

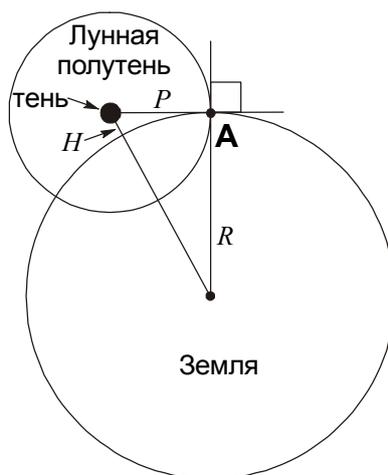
3.15. Двигаясь по своей орбите с запада на восток, Луна каждый день смещается на  $13^\circ$ , то есть почти на один час. Именно на такую величину с каждым днем увеличивается время ее кульминации. А на время восхода Луны будет влиять еще и изменение ее склонения. В данном случае оно увеличивается, так как в созвездии Рыб находится точка весеннего равноденствия. И хотя на следующий день кульминация Луны произойдет примерно на час позже, она будет над горизонтом большее время и взойдет ненамного позже, чем сегодня — от  $12^h05^m$ – $12^h10^m$  во время периода “высокой Луны” до  $12^h20^m$ – $12^h25^m$ , если сейчас время “низкой Луны”.

3.16. Эти часы имеют одно очень важное преимущество перед обычными, горизонтальными солнечными часами: суточный путь Солнца будет параллелен плоскости часов, и “стрелка” — тень от центральной оси — будет равномерно вращаться по циферблату, и показания часов будут более точными. Это особенно важно для

тропических и умеренных широт, где суточный путь Солнца сильно наклонен к горизонту, и горизонтальные часы будут иметь заметную погрешность. Однако данные часы не лишены и недостатков. В частности, астрономической осенью и зимой эти часы можно будет использовать, только глядя на них снизу, установив там еще одну ось, что, согласитесь, не очень удобно. Но в наших широтах пользоваться солнечными часами осенью и зимой часто невозможно и по другим очевидным причинам.

8 - 9 классы

3.17. Представим, как выглядит Земля и лунная тень и полутень при наблюдении с Луны. Обозначим точку Земли, в которой наблюдается данная конфигурация, через  $A$ . Раз затмение там наблюдается на горизонте, эта точка должна находиться на краю диска Земли. Диски Солнца и Луны при наблюдении из точки  $A$  касаются друг друга, значит точка  $A$  должна находиться на краю полутени. И, наконец, раз линия Солнце-Луна при наблюдении из точки  $A$  параллельна горизонту, то при наблюдении с Луны параллельно земному горизонту (т.е. касательно к диску Земли) должно быть направление на центр лунной тени и полутени.



Мы видим, что центр лунной тени не попадает на Землю, а находится на некоторой высоте  $H$ , которую можно найти по формуле

$$H = \sqrt{R^2 + P^2} - R,$$

где  $R$  — радиус Земли, а  $P$  — радиус лунной полутени, который можно определить по формуле:

$$P = \frac{Rl + rL}{L - l},$$

где  $r$  — радиус Луны, а  $L$  и  $l$  — расстояния от Земли до Солнца и Луны соответственно. Подставляя численные значения, мы получаем, что радиус лунной полутени  $P$  равен 3534 км, а высота центра тени  $H$  оказывается равной 913 км, что значительно больше возможного радиуса лунной тени. Следовательно, полное солнечное затмение в этот момент не может быть видно ни в какой точке Земли.

3.18. Обозначив расстояние между звездами через  $a$ , период обращения через  $T$  и суммарную массу звезд через  $M$ , воспользуемся III обобщенным законом Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2} = const$$

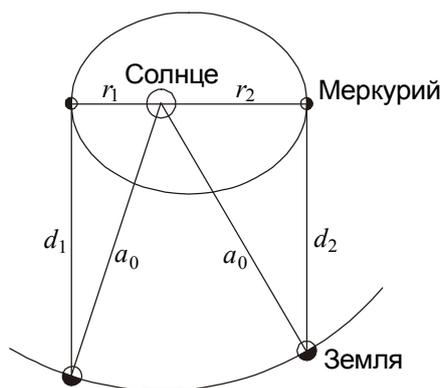
и сравним данную двойную систему с системой Солнце-Земля. В результате мы получим, что расстояние между двумя звездами в этой системе равно 10 а.е., что в свою очередь означает, что данные звезды будут видны под углом  $10''/r$  друг от друга, где  $r$  — расстояние до этой системы, выраженное в парсеках. Предельное разрешение телескопа примем равным диаметру дифракционного диска звезды, которое для желто-зеленых лучей равно  $14''/d$ , где  $d$  — диаметр объектива, выраженный в сантиметрах. Для метрового телескопа мы получаем предельное разрешение  $0.14''$  и расстояние до звезды  $r$ , равное 71 пк. Справедливости ради отметим, что такое разрешение можно получить только на телескопе, вынесенном за пределы земной атмосферы.

3.19. На рисунке видно, что если Меркурий достигает наибольшей элонгации в перигелии или афелии, угол с вершиной в центре этой планеты и образованный направлениями на Солнце и Землю, равен  $90^\circ$ . Таким образом, фазовые углы Меркурия в обоих случаях совпадают, и соотношение значений блеска Меркурия в этих положениях определяется только соотношением его расстояний до Солнца и Земли. В перигелии расстояние от Солнца до Меркурия равно

$$r_1 = a(1 - e) = 0.307 \text{ а.е.},$$

а расстояние от Земли до Меркурия, если в это время он находится в наибольшей элонгации

$$d_1 = \sqrt{a_0^2 - r_1^2} = 0.952 \text{ а.е.}$$



Здесь  $a$  и  $e$  — большая полуось и эксцентриситет орбиты Меркурия,  $a_0$  — радиус орбиты Земли. Соответственно, в афелии расстояние Меркурия от Солнца составляет

$$r_2 = a(1 + e) = 0.467 \text{ а.е.},$$

а до Земли во время наибольшей элонгации

$$d_2 = \sqrt{a_0^2 - r_2^2} = 0.884 \text{ а.е.}$$

Отношение яркостей Меркурия в первом и втором случае равно

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_2^2 d_2^2}{r_1^2 d_1^2} \approx 2.00,$$

то есть во время наибольшей элонгации в перигелии Меркурий вдвое ярче, чем в афелии. Соответствующая разница звездных величин равна

$$\Delta m = 2.5 \lg 2.00 \approx 0.75.$$

3.20. Высота, на которую может подпрыгнуть астронавт, определяется соотношением

$$h = \frac{v^2}{2g},$$

где  $v$  — его вертикальная скорость после прыжка, а  $g$  — ускорение свободного падения. Если пренебречь массой скафандра, то скорость  $v$  определяется только физическими возможностями астронавта и одинакова на Земле и на Луне. Ускорение свободного падения на поверхности небесного тела равно

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

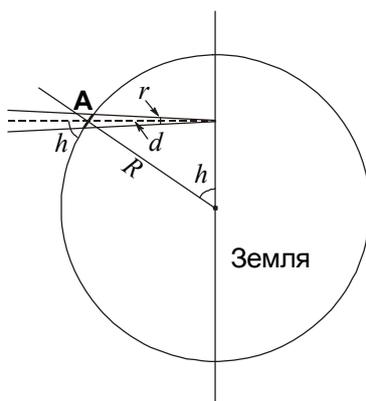
где  $M$  и  $R$  — его масса и радиус. Масса Луны в 81.3 раза меньше массы Земли, а ее радиус меньше земного в 3.67 раза. Получается, что ускорение свободного падения на Луне в 6.04 раза меньше, чем на Земле,

соответственно во столько же раз высота прыжка на Луне будет больше, чем на Земле. Если предположить, что астронавт является также неплохим прыгуном в высоту и прыгает на Земле на 2 метра, то на Луне он мог бы запрыгнуть на крышу четырехэтажного дома (12 метров)!

10 - 11 классы

3.21. Напомним определение кольцеобразно-полного солнечного затмения: это затмение, которое вначале в некоторых точках Земли видно как кольцеобразное, затем, уже в других точках, как полное, и наконец — вновь как кольцеобразное. Такое затмение может наступить, если конус лунной тени не дотягивается до центра Земли или (что то же самое) до края Земли при вступлении и сходе с нашей планеты, но дотягивается до поверхности Земли в середине затмения (за счет того, что данная точка будет ближе к Луне, чем центр Земли).

В задаче требуется рассмотреть предельный случай с максимальной шириной полосы и продолжительностью полной фазы. Это будет иметь место, если кольцеобразное затмение будет видно только в точках вступления и схода линии Солнце-Луна на Землю, а в остальных точках центральной линии затмения оно будет полным. Другими словами, это значит, что конус лунной тени будет не дотягиваться на бесконечно малую величину до лимба и центра Земли.



Пусть в середине затмения его наибольшая фаза видна в точке А (рисунок). Затмение будет видно на высоте  $h$  над горизонтом. Точка А окажется ближе к Луне, чем центр Земли, на расстояние

$$d = R \sin h,$$

где  $R$  — радиус Земли. Угол раствора конуса тени  $r$  равен совпадающим геоцентрическим угловым диаметрам Солнца и Луны. Ширина конуса в точке А равна

$$S = dr = Rr \sin h.$$

Однако из-за эффекта проекции ширина полосы полной фазы будет равна

$$D = \frac{S}{\sin h} = Rr$$

и не будет зависеть от  $h$ , то есть не будет зависеть от широты. Максимальное возможное значение  $r$  составляет  $32.6'$  или  $0.0095$  рад, что приводит к значению  $D$ , равному  $60.5$  км.

Продолжительность полной фазы будет самой большой, если затмение видно вблизи экватора, где наибольшими будут ширина конуса тени и линейная скорость вращения Земли, компенсирующая скорость движения тени. Считая скорость движения тени равной  $1.02$  км/с, а скорость движения наблюдателя —  $0.46$  км/с, получаем максимальную продолжительность, равную  $108$  секунд, или  $1$  минуту  $48$  секунд.

3.22. Расстояние до Плеяд равно

$$r = 1/\pi'' = 111 \text{ пк.}$$

Здесь  $\pi''$  — параллакс, выраженный в угловых секундах. Данные о собственном движении  $\alpha$  позволяют нам рассчитать тангенциальную скорость Плеяд относительно Солнца  $v_T$  (см. рисунок). Она равна

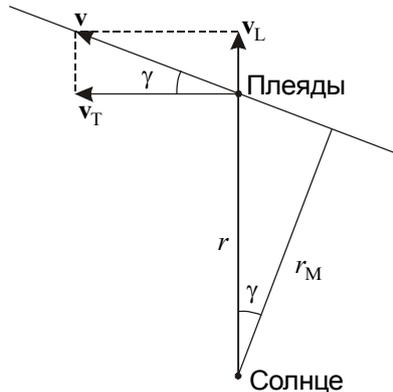
$$\alpha' \cdot r = \alpha' / \pi'' = 5.56 \text{ а.е./год} = 26.3 \text{ км/с.}$$

Лучевая скорость Земли равна +10 км/с, знак “+” указывает, что Плеяды в настоящее время удаляются от Солнца. Теперь мы можем вычислить угол  $\gamma$  проекции вектора скорости Плеяд на небесную сферу, он равен

$$\gamma = \arctg(10/26.3) = 20.8^\circ.$$

Минимальное расстояние между Солнцем и Плеядами, как видно из рисунка, равно

$$r_M = r \cos \gamma = 104 \text{ пк.}$$



Время, прошедшее с момента максимального сближения с этим скоплением, равно отношению пути, пройденного Плеядами с тех пор, к полной скорости Плеяд:

$$\Delta t = \frac{r \sin \gamma}{v} = \frac{r \sin \gamma \cos \gamma}{v_T},$$

что составляет  $1.37 \cdot 10^6$  лет. Наконец, блеск Альционы в то время (если предположить, что ее светимость с тех пор не изменилась) равен

$$m = m_0 + 5 \lg(r_M/r) = m_0 + 5 \lg \cos \gamma = 2.70.$$

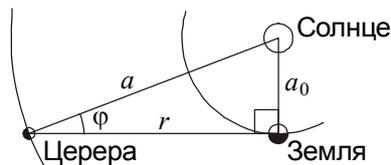
Здесь  $m_0$  — современный блеск Альционы.

3.23. Определим расстояние до Цереры  $r$  в момент ее квадратуры. Оно равно

$$r = \sqrt{a^2 - a_0^2} = 2.58 \text{ а.е.}$$

Здесь  $a$  и  $a_0$  — радиусы орбит Цереры и Земли соответственно. Если обозначить диаметр Цереры через  $d$ , то угловой диаметр Цереры равен

$$\delta = d/r = 0.53''.$$



Линейная фаза Цереры, равная отношению освещенной части ее углового диаметра к полному угловому диаметру, равна

$$F = \frac{1 + \cos \varphi}{2} = \frac{1 + r/a}{2} = 0.966,$$

где  $\varphi$  — фазовый угол между направлениями от Цереры на Солнце и Землю (см. рисунок). Угловой поперечник освещенной части диска Цереры составит  $\delta \cdot F$ , а его центр будет смещен относительно центра всего диска на величину

$$\delta(1 - F) / 2 = 0.009''.$$

Именно такой будет ошибка астрометрических измерений координат Цереры вблизи ее квадратуры, вызванная фазовым эффектом.

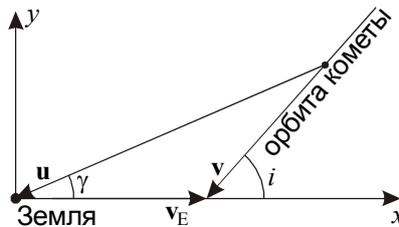
3.24. По координатам радианта можно видеть, что он располагается в  $\gamma=10^\circ$  от эклиптики. Вектор скорости метеоров  $\mathbf{u}$ , наблюдаемой с Земли, равен

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_E,$$

где  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{v}_E$  — векторы скорости метеорных частиц и Земли при их движении вокруг Солнца (см. рисунок). Приравнивая проекции векторов  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{v}$  на ось, перпендикулярную направлению движения Земли, получаем

$$v \sin i = u \sin \gamma,$$

где  $i$  — угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики. Это уравнение позволяет определить величину скорости  $v$ , которая получается равной 42.1 км/с, что фактически совпадает со второй космической скоростью. Это неудивительно, так как орбита кометы Темпеля-Гуттля имеет очень большой эксцентриситет.



## 54 Московская Астрономическая Олимпиада (2000 год)

### 1 тур

#### 7 класс и моложе

4.1. Кратеры образуются, в основном, в результате падения метеоритов на поверхность небесного тела. К счастью для нас, жителей Земли, большинство потенциальных метеоритов не долетает до поверхности нашей планеты, сгорая в атмосфере, этот процесс вы все не раз видели как полет метеора. И кратеров на поверхности нашей планеты намного меньше, чем на Луне и других небесных телах, лишенных атмосферы и не защищенных от постоянной метеоритной бомбардировки.

4.2. Самое интересное заключается в том, что солнечное затмение будет далеко не лучшим временем для наблюдения солнечной короны на Луне! Видимый с Луны диск Земли намного больше видимого диска Солнца, и корона может быть видна только в самом начале и самом конце полной фазы затмения. Мало того, эти наблюдения будут крайне затруднены из-за ярко-красного свечения вокруг диска Земли, связанного с атмосферой нашей планеты.

Гораздо проще будет наблюдать корону во время восхода или захода Солнца как за горизонт, так и за любой другой объект, например лунную гору или даже вашу вытянутую руку! Ведь на Луне нет атмосферы, создающей яркое свечение неба вблизи Солнца, и достаточно лишь закрыть яркий диск дневного светила, и корона станет прекрасно видимой на фоне темного неба. Таким образом, поверхность Луны является прекрасным местом для строительства солнечной обсерватории с внеатмосферным коронографом.

4.3. Не торопитесь с ответом. Казалось бы, в июле созвездие Орла находится в противоположной Солнцу стороне неба и видно всю летнюю ночь, а созвездие Ориона, наоборот, вблизи дневного светила и не видно. Это конечно правильно, но только для наших широт. В северных полярных широтах, например, в июле Солнце не заходит за горизонт, и вы вообще не увидите никаких созвездий, если, конечно, не случится полного солнечного затмения. А если вы отправитесь на юг, то вы сможете увидеть и созвездие Орла, и созвездие Ориона, которое станет видно перед восходом Солнца, а в южных умеренных широтах также и вечером.

4.4. В это время все три планеты будут находиться рядом с Солнцем в созвездии Овна, восходить и заходить почти одновременно с ним, находясь над горизонтом только днем. Их можно было бы увидеть разве что во время полного солнечного затмения, но такового в мае 2000 года не случится. Все три планеты видны не будут.

4.5. Звезда Альдебаран находится неподалеку от эклиптики в созвездии Тельца. Солнце проходит эту область неба в конце мая — начале июня. Луна в фазе первой четверти отстоит от Солнца на  $90^\circ$  к востоку и находится в том месте неба, куда Солнце придет через три месяца. Следовательно, сейчас конец февраля — начало марта.

#### 8 - 9 классы

4.6. Самые важные факторы — это большое количество ясных дней, отсутствие засветки неба от близлежащих населенных пунктов и стабильность атмосферы, от которой будет сильно зависеть качество изображения. Ведь очень часто даже при ясной погоде из-за атмосферного дрожания изображения звезд размываются до размеров в несколько угловых секунд. Это сильно ограничивает разрешающую способность инструмента. И еще один фактор нужно принять во внимание. Чем ближе обсерватория будет к экватору, тем большая часть небесной сферы будет доступна наблюдениям. Но, как известно, в экваториальной зоне Земли очень мало ясных дней и очень большая влажность. Поэтому современные обсерватории строятся, в основном, в тропических поясах нашей планеты.

4.7. Даже если бы земная атмосфера не тормозила бы движение этого тела, оно все равно вскоре бы упало на Землю, так как для ухода от земного притяжения необходима вторая космическая скорость. Наше тело вышло бы на эллиптическую орбиту, точка перигея которой находилась бы внутри Земли, что означает последующее неминуемое падение на поверхность нашей планеты. Оно произойдет всего через 1 час 10 минут после запуска (эта величина совпадает с периодом облета Земли близ ее поверхности по круговой траектории). Тело упадет в ту же точку, только если оно было запущено с полюса Земли, во всех остальных случаях точка падения будет смещена от нее в направлении экватора и к западу.

4.8. Луна и Ио обращаются по своим орбитам вокруг центральных тел с существенно разной массой, поэтому для решения задачи нужно воспользоваться III обобщенным законом Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2(M+m)} = const.$$

Из этого закона легко получить, что так как масса Юпитера  $M$  в 318 раз массивнее Земли, то период обращения Ио  $T$  будет намного меньше периода обращения Луны, хотя радиус орбиты Ио  $a$  немного больше (масса спутника  $m$  намного меньше массы планеты). Ио завершает оборот вокруг Юпитера за 1.77 суток, а Луне на это требуется 27.32 дня.

4.9. Угловое расстояние Венеры от Солнца на земном небе не может превышать  $47^\circ$ . Соответственно, фазовый угол Луны  $\theta$  (угол между направлениями от Луны на Солнце и Землю) во время покрытия Венеры будет не меньше  $133^\circ$ . Фаза Луны  $F$ , равная доле освещенной части площади ее диска или, что то же самое, доле освещенной части ее диаметра, направленного на Солнце (параллельного “рогам” серпа), связана с фазовым углом соотношением

$$F = \frac{1 + \cos \theta}{2},$$

которое легко вывести из геометрических соображений. Подставляя численные значения, получаем, что максимально возможное значение фазы Луны в момент покрытия Венеры равно 0.16.

4.10. По мере удаления от Земли пространственный диаметр тени нашей планеты уменьшается, соответственно уменьшается и его отношение к диаметру Луны. Поэтому наибольшую фазу будут иметь центральные лунные затмения, при которых наш спутник близок к точке перигея, а не апогея орбиты, и фаза затмения 16 июля 2000 года будет меньше максимальной. А вот продолжительность полной фазы (1 час 47 минут), напротив, приблизится к своему максимальному значению, так как скорость движения Луны в апогее почти на 15% меньше, чем в перигее, а пространственный размер тени меньше всего на 5%.

10 - 11 классы

4.11. Из второго закона Кеплера следует, что скорость движения небесного тела вблизи самой удаленной от центра притяжения точки орбиты меньше, чем вблизи центра. Поэтому шаровые скопления проводят большую часть времени вдали от центра Галактики. А так как их орбиты наклонены к плоскости Галактики на большие углы (это является следствием большого возраста шаровых скоплений), то они при этом оказываются в гало вдали от плоскости Млечного Пути.

4.12. Взрыв Сверхновой — редкое событие, которое может произойти только с массивной звездой в момент окончания ее “жизни” как нормальной звезды. Поэтому следить за конкретными звездами в ожидании их взрыва придется очень и очень долго, и если такую задачу и ставить, то только для сверхмассивных звезд с массами до 100 масс Солнца и выше, так как продолжительность жизни этих звезд самая маленькая.

4.13. Первая звезда по условию задачи похожа на Солнце, и ее абсолютная звездная величина  $M_1 = +4.72^m$ . Вторая звезда, как следует из закона Стефана-Больцмана, будет светить в

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = 256$$

раз ярче первой, и ее абсолютная звездная величина равна

$$M_2 = 4.72 - 2.5 \lg 256 = -1.30.$$

Абсолютная звездная величина обеих звезд вместе будет фактически равна абсолютной величине второй звезды, так как она значительно ярче первой.

На расстоянии  $r=100$  пк видимая величина звезд будет равна

$$m = M - 5 + 5 \lg r = M + 5,$$

то есть составит  $+9.72^m$  для первой звезды и  $+3.70^m$  для второй звезды и для обеих звезд вместе.

4.14. Очевидно, что при наблюдении с Меркурия Земля и Луна будут иметь одинаковую и практически полную фазу, а отношение их угловых диаметров будет равно

$$K = \frac{R_E}{R_L} = 3.67.$$

Здесь  $R_E$  и  $R_L$  — радиусы Земли и Луны соответственно. Отношение яркостей Земли и Луны составит

$$\frac{AK^2}{a} = 71.2.$$

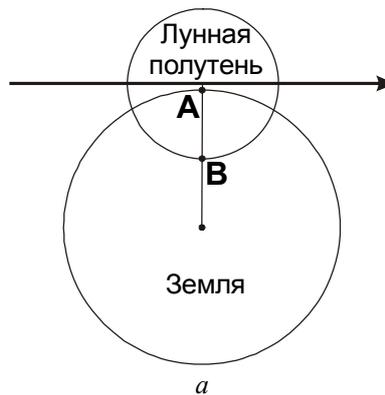
Здесь  $A$  и  $a$  — альbedo Земли и Луны соответственно. Из этого мы получаем, что падение блеска при прохождении Луны за диском Земли будет равно

$$\Delta m_1 = 2.5 \lg \frac{AK^2 + a}{AK^2} = 0.015.$$

Если мы предположим, что диск Земли светит равномерно, то падение его блеска при прохождении Луны перед ним можно оценить как

$$\Delta m_2 = 2.5 \lg \frac{AK^2 + a}{A(K^2 - 1) + a} = 0.083.$$

4.15. Частное затмение Солнца будет видно во всех точках Земли, попадающих в лунную полутень. Высота Солнца и Луны будет максимальной в точке, находящейся ближе всего к видимому с Луны центру диска Земли (точке В на рисунке *a*).



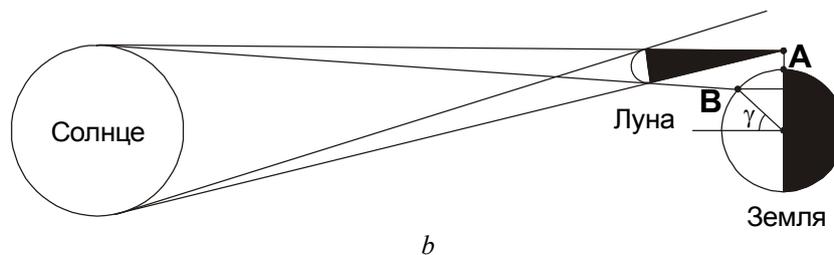
Для начала определим радиус лунной полутени  $R_p$ . Если обозначить расстояния от Земли до Солнца и Луны как  $L$  и  $l$ , а радиусы Солнца и Луны как  $R$  и  $r$  соответственно, то из геометрической схемы образования полутени можно получить

$$R_p = \frac{Rl + rL}{L - l}.$$

Соответственно, радиус лунной тени или ее продолжения  $R_U$  равен

$$R_U = \frac{|Rl - rL|}{L - l}.$$

Учитывая, что по условию задачи тень Луны или ее продолжение не попадают на Землю (ни полного, ни кольцеобразного затмения на Земле не видно), мы получаем, что длина отрезка АВ не может превышать разность  $D = R_p - R_U$ , не превышающую 3485 км.



Чтобы определить теперь высоту Солнца над горизонтом в точке В, обратимся к рисунку *b*. Очевидно, искомая максимальная высота  $h$  равна дополнению до  $90^\circ$  угла  $\gamma$ , из чего получаем ( $R_E$  — радиус Земли):

$$h = \arccos \frac{R_E - D}{R_E} = 63^\circ.$$

2 тур

7 класс и моложе

4.16. С экватора Земли при правильном выборе времени можно наблюдать любую точку небесной сферы. Поэтому задача сводится к перечислению всех галактик, видимых невооруженным глазом с Земли. Это прежде всего Большое и Малое Магеллановы облака, а также Туманность Андромеды (М31). Однако, на этом список не исчерпывается. Как сообщается в журнале “Звездочет” за 1997 год (№10), невооруженным глазом при особо благоприятных условиях наблюдались Туманность Треугольника (М33), галактики М81 (Большая Медведица) и М83 (Гидра). И, наконец, не стоит забывать и про нашу Галактику, которую мы тоже видим, правда изнутри, как Млечный Путь, проходящий через все небо.

4.17. Как известно, солнечные затмения происходят в новолуние, когда Луна находится между Солнцем и Землей, а лунные затмения — в полнолуние, когда Луна оказывается в противоположной стороне от Солнца. Планета Венера — внутренняя, и она не удаляется на небе от Солнца более чем на  $47^\circ$ . Следовательно, покрытие Луной Венеры может произойти на небе недалеко от Солнца, то есть за несколько (не более четырех) дней до или после новолуния. И если вчера произошло это явление, то завтра может быть новолуние, а значит, возможно и наступление солнечного затмения. Полнолуния и лунного затмения завтра быть не может.

4.18. Высота Солнца во время верхней кульминации в северных умеренных широтах равна

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta,$$

где  $\varphi$  — географическая широта места наблюдения, а  $\delta$  — склонение Солнца, которое приводится в “Астрономическом Календаре” на каждые сутки. Измерив высоту Солнца в истинный солнечный полдень, мы по данной формуле можем определить широту места. Однако при этом нужно знать время истинного солнечного полудня, который отличается от полудня по вашим часам и наступает в

$$T_0 = 12^h + N - \lambda + \eta,$$

где  $N$  — разница между декретным и всемирным временем,  $\lambda$  — долгота места, выраженная в часах, и  $\eta$  — уравнение времени. В Москве ( $\lambda=2^h31^m$ ) в летний период  $N=4$ , и истинный солнечный полдень наступает в  $13^h29^m + \eta$ . Значение уравнения времени можно также взять в “Астрономическом календаре”, хотя летом оно не превышает  $\pm 6^m$ .

4.19. Очевидно, что через 6 часов после восхода может произойти только верхняя, а не нижняя кульминация светила. Заход Сириуса произойдет еще через 6 часов, то есть в 12 часов по местному времени. Склонение Сириуса составляет около  $-17^\circ$ , и ровно 12 часов он может находиться над горизонтом только на экваторе. Для определения сезона наблюдения вспомним, что Сириус кульминирует в местную полночь 2 января, значит кульминировать в 6 часов он будет на 3 месяца раньше, то есть в начале октября (точный ответ — 3 октября).

4.20. Если вы видите такой серпик Луны в северном полушарии Земли, значит Луна сейчас “старая”, и через несколько дней произойдет новолуние. В этом случае наш естественный спутник, скорее всего, будет, но не будет. Однако во время новолуния может произойти солнечное затмение, и тогда диск Луны будет виден на

диске Солнца. Кроме этого, если вы сейчас видите очень тонкий серп Луны менее чем за два дня до новолуния, то через три дня у вас уже появится шанс увидеть узкий серп “молодой” Луны.

Если же вы увидели такой серп Луны в южном полушарии Земли, то это “молодая” Луна, и через три дня серп станет толще и будет еще лучше виден на вечернем небе.

8 - 9 классы

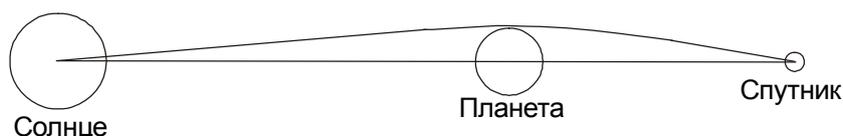
4.21. В день весеннего равноденствия точка осеннего равноденствия совпадает с противосолнечной точкой неба и кульминирует в  $0^h$  по местному времени (с точностью до уравнения времени). С каждым днем ее кульминация будет происходить на  $3^m56^s$  раньше, и через 21 день местное время кульминации точки осеннего равноденствия составит  $22^h37^m$ . Уравнение времени в эти дни (около 10 апреля) близко к нулю, и его учет не изменит ответ задачи.

4.22. Самое интересное, что для этого вообще не нужно куда-то спешить, пытаюсь нагнать вращение Земли вокруг собственной оси! Встретить новый 2000 год два и даже большее количество раз можно было, практически стоя на месте! Для этого было бы достаточно заранее приехать к границе любых двух часовых поясов. Встретив Новый год в одном шаге к востоку от этой границы, вы можете спокойно сделать этот шаг на запад, вернуться в 1999 год и через час вновь поздравить себя с праздником. А еще можно в течение этого часа ходить через границу часовых поясов туда-сюда сколько угодно раз, при этом все время переходя из одного года в другой.

4.23. На этой планете была бы очень резкая смена сезонов года, при этом она проходила бы по-разному в разных полушариях планеты. Будем для определенности считать, что прохождение перигелия планеты совпадает с весенним равноденствием для ее северного полушария. Тогда весна в этом полушарии была бы особенно ранней и теплой, очень быстро переходящей в лето. Пик жары пришелся бы на первую половину лета, и уже к осеннему равноденствию наступили бы холода, астрономическая осень началась бы почти одновременно с природной зимой.

В южном полушарии, напротив, и весна и осень не были бы столь резкими. Весной погода большее время оставалась бы прохладной, а лето задержалось бы до осеннего равноденствия.

4.24. Из рисунка видно, что если наблюдатель на поверхности планеты видит одновременно Солнце и спутник, полностью погруженный в тень планеты, это значит, что лучи света от Солнца попадают на спутник! Нереальная ситуация? Нет, ведь благодаря преломлению в атмосфере Земли солнечные лучи попадают на поверхность Луны даже во время полного лунного затмения. Для нас же явление преломления (рефракции) солнечных лучей выражается в “приподнятии” светил над горизонтом, которое и позволяет нам увидеть Солнце и Луну в полной фазе одновременно! На Марсе же этого явления не наблюдается, так как атмосфера там очень разреженная. Поэтому Солнце и Фобос, полностью погруженный в тень Марса, там одновременно видны быть не могут.



Справедливости ради добавим, что хоть Солнце и Луна в полной фазе затмения и могут быть одновременно над горизонтом, увидеть слабую красную Луну у самого горизонта на фоне дневного неба вам навряд ли удастся...

4.25. В отличие от “солнечного” полярного круга, “лунный” полярный круг не будет сохранять постоянное положение на поверхности Земли. Ведь лунная орбита наподобие детской юлы прецессирует в пространстве, и максимальное угловое расстояние Луны от небесного экватора изменяется  $18.4^\circ$  до  $28.6^\circ$  с периодом 18.6 лет. Соответственно, широта лунного полярного круга будет изменяться от  $71.6^\circ$  до  $61.4^\circ$  с тем же периодом.

Нельзя забывать также о том, что широта полярного круга для незаходящей и невосходящей Луны будет различаться из-за явления параллакса, уменьшающего видимую высоту Луны у горизонта. По абсолютной величине этот эффект больше, чем атмосферная рефракция, которая наоборот “приподнимает” все светила, в том числе и Луну.

10 - 11 классы

4.26. Двигаясь по спирали, этот путешественник прибудет в южный магнитный полюс Земли, находящийся, как известно, в северных полярных широтах нашей планеты. Именно на южный магнитный полюс указывает северная стрелка компаса.

4.27. Вначале отметим, что шар с радиусом  $r=100$  пк и центром в Солнце целиком находится внутри Галактики, так как его радиус значительно меньше полутолщины Галактики, а Солнце находится неподалеку от ее плоскости. Темп вспышек сверхновых во всей Галактике составляет  $N=0.05$  шт/год. Для определения темпа вспышек сверхновых в окрестности Солнца умножим эту величину на отношение объемов окрестности и всей Галактики

$$n = N \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi R^2 d}.$$

Темп вспышек сверхновых в окрестностях Солнца получается равным  $1.27 \cdot 10^{-7}$  шт/год, то есть сверхновая вспыхивает там в среднем 1 раз за 8.1 миллионов лет.

4.28. Будем считать, что длина троса  $l$  много меньше расстояния от его середины до центра Земли  $r$ . Запишем уравнения кругового движения обоих спутников:

$$\begin{aligned} \frac{GMm}{(r + l/2)^2} + T &= m\omega^2(r + l/2); \\ \frac{GMm}{(r - l/2)^2} - T &= m\omega^2(r - l/2). \end{aligned}$$

Здесь  $M$  — масса Земли,  $T$  — сила натяжения троса,  $\omega$  — угловая скорость вращения спутников вокруг Земли. Складывая эти два уравнения, с учетом  $l \ll r$  получаем

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r,$$

откуда

$$\omega^2 = \frac{GM}{r^3}.$$

Если же мы вычтем второе уравнение из первого, то получим

$$2T - \frac{2GMml}{r^3} = m\omega^2 l.$$

Из последних двух формул можно получить выражение для силы натяжения троса:

$$T = \frac{3GMml}{2r^3}.$$

4.29. Площадь видимого диска спутника будет в 9 раз меньше площади видимого диска планеты. Поэтому прохождения спутника планеты по диску звезды вызовут падение ее блеска в 9 раз слабее, чем при прохождении самой планеты, то есть всего на  $0.0022^m$ , и их не удастся зарегистрировать. Однако с помощью тех же наблюдений удастся обнаружить другой эффект, связанный с движением планеты вокруг центра масс системы “планета-спутник”. Действительно, если предположить, что средняя плотность спутника равна средней плотности планеты, то масса спутника составит  $1/27$  массы планеты, и радиус орбиты планеты вокруг общего со спутником центра масс будет в 27 раз меньше радиуса орбиты спутника и составит 0.74 от радиуса планеты. В результате будет нарушаться строгая периодичность наблюдаемых прохождений планеты по диску звезды, что будет обнаружено на основе анализа кривых блеска звезды. Таким образом, спутник планеты будет обнаружен.

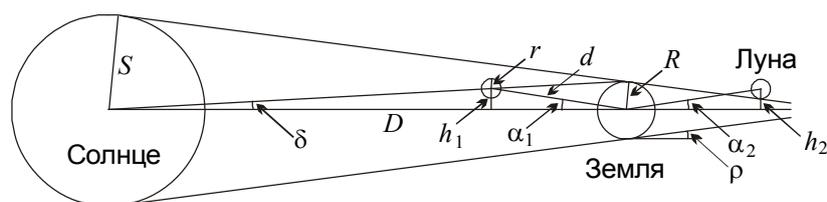
4.30. На рисунке показаны предельные положения Луны в новолуние для наступления центрального солнечного затмения и в полнолуние для наступления теневого лунного затмения. Учитывая, что все углы,  $\theta$

которых далее пойдет речь, достаточно малы (порядка видимого радиуса Солнца и Луны), мы можем приравнять их синусы и тангенсы к значению самих углов, а косинусы считать равными 1 (ошибка не превышает 0.01%). Из рисунка видно, что центральное солнечное затмение наступит, если расстояние Луны от плоскости эклиптики (линии, соединяющей центры Солнца и Земли на рисунке) не превысит

$$h_1 = \delta(D-d) = \frac{R(D-d)}{D}.$$

Здесь  $R$  — полярный радиус Земли (6356.8 км),  $D$  и  $d$  — расстояния от Земли до Солнца и Луны,  $\delta$  — параллакс Солнца, равный  $R/D$ . Соответственно, угловое расстояние Луны от плоскости эклиптики  $\alpha_1$  не превысит значения

$$\alpha_1 = \frac{h_1}{d} = \frac{R(D-d)}{Dd} = 0.01649 = 56.70'.$$



Для расчета возможности наступления теневого лунного затмения учтем, что конус земной тени сходится под углом  $\rho$ , равным

$$\rho = \frac{S-R}{D},$$

где  $S$  — радиус Солнца. Лунное затмение произойдет при расстоянии Луны от плоскости эклиптики, не превышающем

$$h_2 = R+r-\rho d = R+r-\frac{(S-R)d}{D},$$

где  $r$  — радиус Луны. Угловое расстояние Луны от эклиптики не должно превышать

$$\alpha_2 = \frac{h_2}{d} = \frac{(R+r)D-(S-R)d}{Dd} = 0.01646 = 56.57'.$$

Получается, что диапазон углов отклонения Луны от эклиптики для центральных солнечных затмений всего на 0.2% шире, чем для тневых лунных затмений, и ровно настолько центральных солнечных затмений должно быть больше. Однако, если учесть, что в современных справочниках размер земной тени считается равным 1.02 от ее геометрического значения (чтобы учесть эффекты поглощения света в атмосфере Земли), получается, что тневых лунных затмений должно наблюдаться примерно на 1.8% больше, чем центральных солнечных. При этом, если рассматривать конечные промежутки времени, то и это правило может нарушаться. Так, в XXI веке произойдут 144 центральных солнечных и 143 тневых лунных затмения.

## 55 Московская Астрономическая Олимпиада (2001 год)

1 тур

7 класс и моложе

5.1. Звездные сутки, равные периоду вращения Земли относительно неподвижных звезд, чуть короче солнечных и равны примерно 23 часа 56 минут. Поэтому данная звезда за эти сутки успеет зайти за горизонт и вновь взойти в 23 часа 57 минут по местному времени, то есть пересечет горизонт еще дважды (если, конечно, за оставшиеся три минуты звезда не зайдет обратно за горизонт).

5.2. Смысл этой поговорки состоит в том, что солнечное затмение может наступить только в новолуние, а за несколько дней до новолуния Луна имеет форму серпа и наблюдается только на фоне утренней зари. Разумеется, эта поговорка выполняется не всегда, так как не в каждое новолуние наступает солнечное затмение, и не каждое солнечное затмение будет видно в Вашем наблюдательном пункте.

5.3. Как известно, высота светила в верхней кульминации  $h$  выражается через его склонение  $\delta$  и широту места наблюдения  $\varphi$  соотношением

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta,$$

где  $\delta > 0$  к северу от небесного экватора и  $\delta < 0$  к югу. Однако здесь нужно сделать оговорку, что данная формула справедлива для светил, кульминирующих к югу от зенита, а если кульминация происходит на севере, то данная формула дает значение высоты, вычтенное из  $180^\circ$ .

В условии задачи не сказано, в какой стороне горизонта кульминировало Солнце — на севере или на юге. Если кульминация произошла на юге, то  $h = 60^\circ$ , и дело происходило в северном полушарии, на широте

$$\varphi = 90^\circ + \varepsilon - h = 53.5^\circ.$$

Здесь  $\varepsilon = 23.5^\circ$  — угол наклона экватора к эклиптике, равный склонению Солнца в день летнего солнцестояния 22 июня. В этом случае 21 декабря, когда склонение Солнца будет равно  $-\varepsilon$ , Солнце поднимется на максимальную высоту

$$h = 90^\circ - \varphi - \varepsilon = 13^\circ.$$

Если же кульминация происходила на севере, то в формулу нужно подставить  $h = 120^\circ$ , широта равна

$$\varphi = 90^\circ + \varepsilon - h = -6.5^\circ,$$

что означает, что данная точка находится в южном полушарии Земли. 21 декабря максимальная высота Солнца составит

$$h = 90^\circ - \varphi - \varepsilon = 73^\circ,$$

причем Солнце будет кульминировать на юге.

5.4. Синодический период внешней планеты  $S$ , равный интервалу между двумя ее последовательными противостояниями, связан с периодом обращения планеты  $T$  и Земли  $T_E$  вокруг Солнца следующим соотношением:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T}.$$

Из формулы видно, что чем больше период обращения планеты вокруг Солнца, тем меньше ее синодический период (Земля в своем вращении вокруг Солнца быстрее нагонит эту планету). Поэтому более далекий от нас Сатурн вступит в следующее противостояние раньше Юпитера.

5.5. Луна обращается вокруг Земли почти по круговой орбите, то есть ее скорость (около 1.02 км/с) близка к первой космической для данного расстояния от Земли. Чтобы покинуть Землю, Луна должна иметь вторую космическую скорость, большую в 1.41 раза и составляющую около 1.45 км/с, то есть для реализации своей

фантастической идеи жители будущего должны будут придать Луне дополнительную скорость, равную 0.43 км/с.

Разумеется, если не ставить задачу увести Луну от Земли единственным импульсом, то тяга двигателя может быть гораздо меньшей. Но это уже заслуживает отдельного разговора.

#### 8 - 9 классы

5.6. С первого взгляда может показаться, что для всех типов периодических переменных звезд лучше всего приводить моменты именно максимумов, а не минимумов блеска — ведь максимум гораздо легче наблюдать. На самом деле это так для всех переменных звезд, кроме затменных. У них не существует максимума как такового, блеск звезды долго держится на максимальном уровне, почти не меняясь между резкими и острыми минимумами, связанными с затмением одной звезды другой в двойной паре. Поэтому для затменных переменных звезд в справочниках приводят моменты минимумов блеска.

5.7. Чаще всего последовательность шести ярчайших светил неба выглядит следующим образом: Солнце, Луна, Венера, Юпитер, Сириус, Канопус. Но в эту шестерку периодически может “вторгаться” планета Марс, которая во время противостояний может доходить до шестого или пятого места, а во время великих противостояний — даже до четвертого места. Планета Меркурий может подниматься до шестого, а в периоды невидимости во время верхних соединений — и до пятого места. А вот Сатурн всегда остается пусть ненамного, но слабее Канопуса и в первую шестерку светил неба не попадает.

5.8. Когда комета приблизится к Солнцу в два раза, она станет посылать в космическое пространство в 16 раз больше света. При этом она еще вдвое приблизится к Земле, и ее видимая яркость на нашей планете усилится в 64 раза. Нетрудно посчитать, что при этом ее звездная величина уменьшится чуть более, чем на  $4.5^m$  (вспомните, что разница в  $5^m$  соответствует отношению яркостей в 100 раз, а  $1^m$  — в 2.512 раза). То есть, она будет светить чуть ярче звезды  $5.5^m$ , то есть вполне сможет быть найдена невооруженным глазом на темном ясном безлунном небе, разумеется, если не будет находиться слишком близко к Солнцу.

5.9. Скорее всего, вы стали свидетелем того, насколько по-разному земная атмосфера поглощает лучи разного цвета. Когда светило находится вблизи горизонта, это чувствуется сильнее всего. Больше всего поглощаются (и рассеиваются) синие лучи, кстати, поэтому же ясное дневное небо имеет голубой цвет. Меньше всего поглощаются красные, они, в основном, и доходят до ваших глаз, когда вы видите красную Луну.

Менее вероятно, хотя и возможно, что вы стали свидетелем лунного затмения. Когда Луна находится в тени Земли, она приобретает красный цвет (причина этого опять-таки в поглощении света атмосферой Земли). Но если Луна во время затмения только восходит над горизонтом, значит Солнце только что зашло в противоположной точке неба, и еще очень светло. А увидеть Луну в затмении на светлом небе непросто.

5.10. До того, как космонавт бросил камни, они вместе с кораблем летели по круговой орбите с первой космической скоростью. После броска камень 1 получил дополнительную скорость и перешел на эллиптическую орбиту, у которой точка броска стала перигеем. Большая полуось орбиты стала немного больше, значит, по закону Кеплера период обращения тоже чуть увеличился, и по завершении оборота космического корабля камень 1 еще не закончит свой оборот и, следовательно, окажется сзади корабля. Камень 2, брошенный назад, напротив перейдет на более низкую орбиту, у которой точка броска будет апогеем, и после оборота корабля окажется спереди. Таким образом, камни 1 и 2 фактически поменяются местами.

Камень 3 получит боковое приращение скорости, что практически не скажется на большой полуоси орбиты и периоде обращения. Это единственный камень, который космонавт вполне может поймать на следующем обороте корабля, при этом прилетит он со стороны, противоположной направлению броска.

#### 10 - 11 классы

5.11. Меркурий находится в восточной элонгации, значит, он может быть найден ранним вечером на заходе или сразу после захода Солнца. Очевидно, что при фиксированном угловом расстоянии от Солнца его проще будет найти там, где он будет находиться точно над зашедшем светилом, то есть в том месте, где эклиптика будет перпендикулярна горизонту и проходить через зенит.

Так как дело происходит вечером во второй половине марта, то заходящее Солнце находится вблизи точки весеннего равноденствия рядом с горизонтом. В зените тогда будет точка летнего солнцестояния, отстоящая от него на  $90^\circ$  к востоку, то есть это будет северный тропик с широтой  $\varphi = +23.5^\circ$ .

5.12. Такую большую фазу может иметь только центральное или почти центральное лунное затмение, во время которого Луна будет находиться вблизи точки перигея орбиты, а Земля — около точки афелия своей орбиты вокруг Солнца. Последнее условие выполняется в летние месяцы — в июне и июле. Но в это время

Луна в России видна низко над горизонтом и очень недолго. Поэтому такое затмение с большой вероятностью может быть невидимым в нашей стране.

5.13. Метеорные частицы обращаются вокруг Солнца по эллиптическим орбитам, поэтому вблизи Земли их скорость (относительно Солнца) не может превышать вторую космическую скорость, определяемую соотношением

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

и равную 42.1 км/с (здесь  $M$  — масса Солнца, а  $R$  — расстояние от Земли до Солнца). Земля движется по орбите со скоростью 29.7 км/с, и если метеорное тело летит навстречу Земле, его относительная скорость может достичь  $v=71.8$  км/с. Наконец, во время падения на Землю, имеющую массу  $m$  и радиус  $r$ , метеороид получает ускорение за счет притяжения Земли. Его максимальная скорость определяется из закона сохранения энергии

$$v_{\text{MAX}}^2 = v^2 + \frac{2Gm}{r}$$

и составляет 72.7 км/с.

5.14. Для решения учтем, что Луна движется вдоль эклиптики со скоростью от  $11.5^\circ$  до  $14.5^\circ$  в день в зависимости от расстояния до Земли. Через четыре дня после новолуния и солнечного затмения Луна прошла на небе мимо Венеры, находящейся, таким образом, вблизи момента наибольшей восточной элонгации (ее угловое расстояние от Солнца не может быть более  $47^\circ$ ). В это время Венера, как и Солнце, движется вдоль эклиптики на восток со скоростью около  $1^\circ$  в сутки. Еще через сутки произошло покрытие Луной Юпитера, значит 5 января он находился примерно в  $13^\circ$  к востоку от Венеры. Скорость движения Юпитера вдоль эклиптики во время вечерней видимости составляет около  $0.2^\circ$  в день, то есть Венера, нагоняя его со скоростью  $0.8^\circ$  в сутки, нагонит его через 16 дней, 21 января, и вступит с ним в красивое соединение, судя по всему, достаточно тесное, раз обе планеты были покрыты Луной, то есть находились на практически одинаковом угловом расстоянии от эклиптики.

5.15. Из III обобщенного закона Кеплера запишем выражение для большой полуоси орбиты  $R$  (в случае круговой орбиты — ее радиуса) через массу центрального тела  $M$  и период обращения вокруг него  $T$ :

$$R = \left( \frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}.$$

Если в эту формулу подставить значение  $T$ , равное периоду осевого вращения планеты, то мы получим выражение для радиуса орбиты стационарного спутника. Рассчитав это значение для планет Солнечной системы, мы обнаружим, что лишь у Меркурия и Венеры стационарных спутников быть не может, так как радиусы их орбит (140 тысяч и 1.5 млн км соответственно) слишком велики, и орбиты будут неустойчивыми из-за сильного гравитационного влияния Солнца. Радиусы стационарных орбит Земли и Марса (42 тысячи и 20 тысяч км соответственно) очень удобны для запуска искусственных спутников, коих у Земли уже великое множество, и у Марса наверняка когда-нибудь появятся. Радиус стационарной орбиты Юпитера (160 тысяч км) близок к радиусам орбит его естественных спутников группы Амальтеи, а у Сатурна (110 тысяч км) даже чуть меньше, чем у внутренних спутников. У близнецов Урана и Нептуна радиус стационарной орбиты равен около 84 тысячи км, что также близко к орбитам их малых спутников. Ну, а для Плутона проводить расчеты не нужно — вы наверняка знаете, что это единственная планета Солнечной системы, имеющая естественный стационарный спутник — Харон. Радиус его орбиты равен 19 тысяч км.

2 тур

7 класс и моложе

5.16. Земная тень на расстоянии, равном радиусу лунной орбиты, имеет поперечник, значительно превосходящий размер Луны. Поэтому кольцеобразного лунного затмения быть не может. Остальные три типа затмений, перечисленные в условии задачи (полное солнечное, кольцеобразное солнечное и полное лунное) возможны и периодически наблюдаются на нашей планете.

5.17. Звездные сутки приблизительно на 4 минуты короче солнечных, и поэтому в каждый следующий день отдельно взятая звезда кульминирует на 4 минуты раньше, чем в предыдущий. За месяц время кульминации звезды смещается на 2 часа. Поэтому 1 июня Вега, кульминировавшая 1 апреля в  $06^{\text{h}}01^{\text{m}}$ , будет кульминировать около 2 часов, а вот Арктур, который 1 апреля кульминировал в  $01^{\text{h}}40^{\text{m}}$ , будет кульминировать до полуночи, около  $21^{\text{h}}40^{\text{m}}$ . Таким образом, 1 июня первой кульминирует Вега.

5.18. Как известно, хвост кометы направлен от Солнца. Поэтому если комета вдруг окажется между Солнцем и Землей, а ее хвост будет достаточно длинным и ярким, его видимая длина на небе достигнет  $180^\circ$ ! При этом хвост будет простираться от Солнца до противосолнечной точки неба. Конечно, при этом сама комета будет находиться в соединении с Солнцем и видна не будет. У кометы, находящейся на угловом расстоянии  $d$  от Солнца, длина хвоста может достигать  $180^\circ - d$ . Последний раз комета с хвостом длиной около  $100^\circ$  наблюдалась в 1996 году (комета Хиакутаке).

5.19. Суточное движение поверхности Земли за счет осевого вращения направлено с запада на восток. Поэтому скорость поезда, отправившегося на восток, сложится со скоростью суточного вращения, что уменьшит наблюдаемую с поезда продолжительность солнечных суток. Пассажиры этого поезда встретят рассвет раньше пассажиров другого поезда, который поехал в западном направлении, и на котором солнечные сутки будут длиться более 24 часов.

5.20. На оба полушария корабля будет действовать давление поглощаемого ими солнечного света. Но у белой полусферы эта сила будет больше, так как это полушарие будет еще и рассеивать фотоны в обратном направлении. В результате белое полушарие в конце концов повернется от Солнца, а черное полушарие — к Солнцу.

8 - 9 классы

5.21. Лунная орбита наклонена к плоскости эклиптики на угол  $5^\circ 09'$ . Поэтому, в зависимости от расположения орбиты Луны относительно эклиптики, пределы, в которых изменяется склонение Луны в течение ее оборота вокруг Земли, могут изменяться от  $\pm 18^\circ 17'$  до  $\pm 28^\circ 35'$ . Этим и будет определяться широта, на которой Луна может не заходить за горизонт. На время проведения 2 тура Олимпиады (24 февраля 2001 года) максимальное склонение Луны составляло около  $\pm 22.5^\circ$ , и Луна могла стать незаходящим светилом на широтах более  $68^\circ$  (с учетом эффектов рефракции и параллакса). Через 5-6 лет наступит период “высокой Луны”, когда ее склонение будет достигать  $\pm 28.5^\circ$ , и она сможет стать незаходящим светилом уже на 62-й параллели.

5.22. Вторая космическая скорость, необходимая для того, чтобы с расстояния  $R=1$  а.е. преодолеть притяжение Солнца с массой  $M$  и улететь за пределы Солнечной системы, равна

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

и составляет 42.1 км/с. Но Земля сама движется по орбите со скоростью 29.8 км/с, и при запуске аппарата в направлении движения Земли его скорость относительно Земли может быть равна всего  $u=12.3$  км/с. Но такой скорость должна быть уже после преодоления земного притяжения. Для определения стартовой скорости воспользуемся законом сохранения энергии:

$$v_3 = \sqrt{u^2 + \frac{2Gm}{r}}.$$

В результате, третья космическая скорость  $v_3$  на Земле составляет 16.7 км/с (здесь  $m$  и  $r$  — масса и радиус Земли).

5.23. Так как по условию задачи продолжительность видимости звезды не должна измениться, вам нужно будет остаться на той же 60-й параллели. Если бы вы остались в той же точке, восход и заход звезды на следующий день произошел ровно через одни звездные сутки, то есть на  $\Delta t=3^{\text{h}}56^{\text{c}}$  раньше, чем в первый день. Чтобы наблюдать восход и заход звезды в то же московское время, вам нужно будет отправиться на запад, чтобы ваша долгота уменьшилась на  $3^{\text{h}}56^{\text{c}}$ , то есть на  $59'$ . Учитывая, что длина 60-й параллели вдвое меньше длины экватора (около 20000 км), получаем, что вам нужно будет отправиться на запад на 54.7 км.

5.24. Солнечные затмения происходят в новолуние, значит 21 декабря Луна предстанет в виде однодневного серпа, заходящего вскоре после Солнца. Такой серп можно увидеть при благоприятных

обстоятельствах вечером, хотя продолжительность его видимости очень мала. На экваторе Солнце в любой день заходит чуть позже 18 часов по местному времени, и увидеть Луну ровно в 18 часов невооруженным глазом будет еще трудно (хотя в бинокль можно попробовать, но лучше просто подождать 20-30 минут). На широте Москвы 21 декабря к 18 часам Солнце уже опустится глубоко под горизонт, но и молодая Луна также успеет зайти, и ее видно не будет.

5.25. Все написанное в статье в целом верно для идеального зеркального паруса. В действительности часть фотонов будут поглощаться парусом без отражения или отражаться в произвольных направлениях. Поэтому кроме основной компоненты тяги, направленной, как написано в статье, в направлении нормали с теневой стороны паруса, появится небольшая компонента, направленная вдоль распространения света, падающего на парус. Это несколько не ставит под сомнение идею “солнечного двигателя”, просто при его работе необходимо будет учитывать эффекты неидеальности паруса и стремиться их уменьшить.

10 - 11 классы

5.26. Как известно, чем больше температура звезды, тем в более коротковолновую область спектра смещен максимум ее излучения. Однако при равных радиусах звезд более горячая звезда будет излучать больше энергии во всех диапазонах электромагнитного излучения, как это следует из формулы Планка, просто в длинноволновой области разница будет меньше. Длина волны 7000 ангстрем намного больше, чем длина волны максимума излучения для обеих звезд, и в этой (релей-джинсовской) области спектра светимость звезды пропорциональна  $R^2T$  (а не  $R^2T^4$ , как для полной светимости). Следовательно, более горячая звезда будет в этих лучах в 5 раз ярче.

5.27. За счет передачи энергии магнитоакустическими волнами солнечная корона разогревается до температуры в 2 млн К. Скорость протонов  $v$ , соответствующую данной температуре  $T$ , рассчитывается по следующей формуле:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_p}},$$

что составляет около 220 км/с (здесь  $k$  — постоянная Больцмана,  $m_p$  — масса протона). Но эта скорость, как мы можем убедиться, ненамного меньше второй космической скорости на расстоянии порядка 2 радиусов Солнца. То есть, более быстрые протоны будут покидать Солнце, образуя солнечный ветер. Протоны, остающиеся в короне, просто не могут иметь большей кинетической температуры.

5.28. При покрытии далекой звезды Луной область видимости этого явления (назовем ее тенью) движется в пространстве со скоростью, равной скорости орбитального движения Луны, которая минимальна, когда Луна достигает точки апогея своей орбиты, и составляет 0.96 км/с. Размер области тени равен диаметру Луны (3476 км). Но нужно также учитывать, что Земля вращается вокруг своей оси, и в самом благоприятном случае скорость суточного вращения (достигающая на экваторе 0.46 км/с) может быть сонаправлена со скоростью движения тени. Таким образом, скорость движения тени по поверхности Земли будет равна всего 0.50 км/с, и максимальная продолжительность покрытия составит 6952 секунды, или 1 час 55 минут 52 секунды.

5.29. Из данных наблюдений мы сможем легко определить радиус орбиты планеты. Он равен

$$r = \frac{vT}{2\pi} = 10 \text{ а. е.},$$

где  $v$  и  $T$  — орбитальная скорость и период обращения планеты. Орбита планеты видна с Земли под углом  $\delta=0.064''$ , откуда расстояние до звезды равно

$$d = \frac{r}{\delta}.$$

Выражая величину  $d$  в парсеках, получаем 156.25 пк.

По обобщенному третьему закону Кеплера мы получаем, что масса звезды равна 10 массам Солнца. Для звезд главной последовательности справедливо, что их светимость возрастает с массой по закону  $L \sim M^N$ , где  $N$  не меньше 3. То есть, светимость этой звезды будет по крайней мере в 1000 раз превышать светимость Солнца, а значит ее абсолютная звездная величина будет по крайней мере  $m_0=-2.8$ . С расстояния  $d$  видимая звездная величина этой звезды будет не слабее

$$m = m_0 - 5 + 5 \lg d = 3.2,$$

то есть звезда будет видна невооруженным глазом.

5.30. Это будет так только при нормальном падении света на парус. При падении света под углом отношение импульсов уже не будет равно 2, мало того, направления импульсов будут разными. Черный парус будет получать импульс в направлении распространения света, а зеркальный — в направлении нормали на теневой стороне паруса (смотрите задачу 5.25). Кроме этого, как и в задаче 5.25, все сказанное верно только для идеального паруса, отражающего весь падающий на него свет. Реальный парус будет поглощать часть фотонов, что будет снижать его эффективность и изменять направление тяги.

## 56 Московская Астрономическая Олимпиада (2002 год)

### 1 тур

7 класс и моложе.

6.1. В день проведения 1 тура олимпиады (2 февраля 2002 года) созвездия Тельца и Близнецов, в которых находятся Юпитер и Сатурн, очень хорошо видны большую часть ночи, заходя за горизонт только после полуночи. Оставаясь далее в этих созвездиях до середины года, Юпитер и Сатурн постепенно станут видны только в первой половине ночи, а затем вечером. Через два месяца, в начале апреля, обе планеты еще будут хорошо видны по вечерам, а Юпитер — вплоть до полуночи. А вот через четыре месяца, в начале июня, Сатурн уже перестанет быть видимым, а Юпитер будет виден только вечером невысоко над горизонтом.

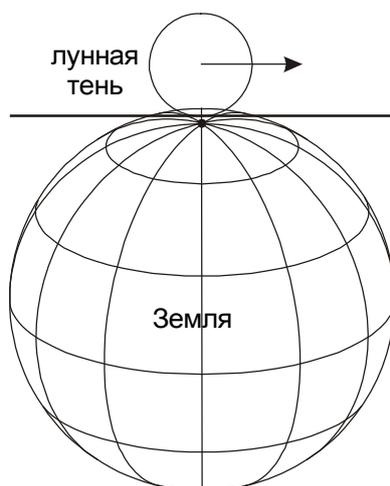
6.2. Как известно, на северном полярном круге (широта около  $+66^{\circ}.5$ ) точка летнего солнцестояния касается горизонта в нижней кульминации, а точка зимнего солнцестояния — в верхней кульминации. Однако вспомним о том, что Солнце имеет достаточно большие угловые размеры, кроме этого, вблизи горизонта оно наблюдается выше своего истинного положения вследствие эффекта атмосферной рефракции. Поэтому в полночь 21 июня, равно как и в полдень 22 декабря, Солнце будет видно, хотя и низко над горизонтом. То есть, на северном полярном круге летом ненадолго наступает полярный день, а полярной ночи зимой там не наступает.

6.3. Прохождение Венеры по диску Солнца может произойти только во время нижнего соединения Венеры, когда она проходит между Солнцем и Землей. На небе в это время она описывает петлю, двигаясь навстречу Солнцу с востока на запад. Обгоняя Землю в своем движении по орбите вокруг Солнца, планета через 1-2 недели после нижнего соединения удалится от Солнца на достаточное угловое расстояние к западу и станет видимой по утрам перед восходом Солнца над восточным горизонтом. Венера будет достаточно близка к Земле, поэтому ее угловой диаметр будет близок к максимальному. Большая часть поверхности Венеры, повернутой к Земле, не будет освещена солнечными лучами, и в телескоп планета будет выглядеть как узкий серп с рогами, направленными от Солнца (в северном полушарии при прямом изображении телескопа — вправо).

6.4. Минимальный угловой размер объекта, заметного в телескоп, (его “разрешающая сила”) определяется размером объектива и свойствами земной атмосферы, через которую проходит свет звезды. Волновая природа света приводит к тому, что даже совершенно точечный источник будет виден в телескоп как диск, окруженный системой колец. Размер этого диска тем меньше, чем больше диаметр объектива телескопа, но даже для крупных телескопов он составляет порядка 0.1 угловой секунды. Кроме этого, изображение размывается земной атмосферой, и размеры “дисков дрожания” звезд редко бывают меньше одной угловой секунды. Истинные угловые диаметры далеких звезд значительно меньше, и мы не можем увидеть их в телескоп, какое увеличение мы бы ни использовали.

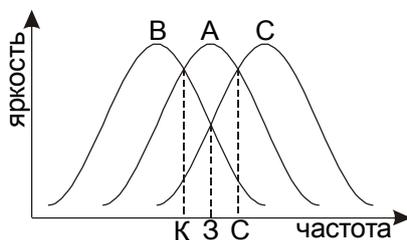
8-9 классы

6.5. Раз 30 декабря 2001 года произошло лунное затмение, значит в этот день было полнолуние, и Луна, а также Юпитер, находились в области неба, противоположной Солнцу. Учитывая дату (конец декабря), можно сделать вывод, что они находились в созвездии Близнецов, вблизи точки летнего солнцестояния, значительно севернее небесного экватора.



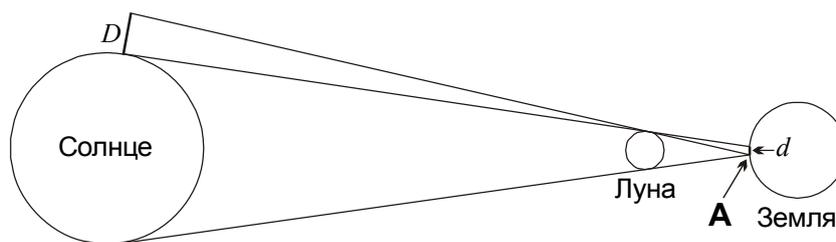
Далее, нам известно, что область видимости покрытия Юпитера Луной была очень небольшой и находилась в северных полярных широтах. Из этого мы делаем вывод, что конус видимости покрытия едва задел Землю с северной стороны (см. рисунок). Учитывая расположение оси вращения Земли, получаем, что покрытие Луной Юпитера произошло на острове Гренландия вблизи местного полудня, хотя Солнце не поднялось над горизонтом, а полная Луна, напротив, не зашла за него, так как в этих районах была полярная ночь. Луна и Юпитер находились низко над северным горизонтом, и Юпитер зашел за нижний край диска Луны.

6.6. Как известно, чем горячее звезда, тем в более коротковолновой (синей) части спектра она излучает больше всего света. Звезды *A* и *B* выглядят одинаково яркими в красных лучах, однако в более коротковолновой части спектра, в зеленых лучах, звезда *A* становится ярче, значит звезда *A* горячее звезды *B* (см. рисунок, буквы у оси абсцисс соответствуют трем цветам). В зеленых лучах звезда *C* (как и звезда *B*) светит слабее звезды *A*, но в синих лучах их яркость сравнивается, то есть звезда *C* горячее звезды *A*. Таким образом, эти три звезды нужно расставить следующим образом: *B, A, C*.



6.7. В условии задачи сказано, что полное солнечное затмение наблюдается вблизи зенита. В этом случае можно считать, что центры Солнца, Луны и Земли находятся на одной линии, а ширина полосы полной фазы равна диаметру пятна лунной тени, бегущего по поверхности Земли. Обозначим его через  $d$ , расстояния от центра Земли до Солнца и Луны через  $L$  и  $l$  соответственно, а радиус Земли — через  $R$ . Из рисунка видно, что протуберанец будет виден из всей области тени, если он виден из самой удаленной ее точки *A*. Из равенства вертикальных углов, отмеченных на рисунке, получаем, что размер протуберанца должен быть не меньше величины  $D$ , для которой

$$\frac{D}{L-l} = \frac{d}{l-R}.$$



Подставляя численные значения  $R=6378$  км,  $l=384400$  км и  $L=149.6$  млн км, получаем  $D=59200$  км, что почти в пять раз превышает диаметр Земли! Тем не менее, солнечные протуберанцы часто наблюдаются в течение всей полной фазы солнечного затмения, что указывает на огромные размеры этих образований.

6.8. Определим расстояние между звездами по III обобщенному закону Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2} = \text{const.}$$

Здесь  $a$  — большая полуось орбиты (равная расстоянию между звездами в случае круговой орбиты),  $T$  — период обращения, а  $M$  — суммарная масса двух тел. Сравним данную систему с системой Солнце-Земля. Суммарная масса двух звезд в 10 раз превышает массу Солнца (масса Земли вносит ничтожно малый вклад), а период превышает период обращения Земли в 316 раз. В итоге, расстояние между звездами составляет 100 а.е. С расстояния в 100 пк эти две звезды будут видны не более чем в  $1''$  друг от друга. Разрешить такую тесную пару в телескоп “ТАЛ-М” не удастся, какое увеличение мы бы ни использовали. В этом нетрудно убедиться, рассчитав размер дифракционных дисков данных звезд по известной формуле для зелено-желтых лучей:

$$\delta = \frac{14''}{D},$$

где  $D$  — диаметр объектива в сантиметрах. Здесь мы не учли влияние земной атмосферы, которое еще больше усугубит картину. Итак, данная пара будет видна в телескоп “ТАЛ-М” только как одиночная звезда.

10-11 классы

6.9. Во время новолуния обращенная к Земле сторона Луны не освещается прямыми солнечными лучами, и освещенность на ней создает яркая полная Земля. В результате видимая сторона Луны не является совершенно темной, а светит дважды отраженным (от Земли и Луны) солнечным светом. Это явление названо “пепельным светом Луны” и хорошо видно невооруженным глазом, особенно когда фаза Луны мала.

Обозначим через  $J$  поток солнечной энергии (на единицу площади) на расстоянии 1 а.е. от Солнца. Тогда поток от полной Земли, падающий на Луну, с достаточной для нашей оценки точностью будет равен

$$J_1 = J \frac{AR^2}{L^2}.$$

Здесь  $R$  и  $A$  — радиус и альbedo Земли,  $L$  — расстояние от Земли до Луны. Аналогично, для света, отраженного от поверхности Луны и распространяющегося обратно к Земле, получаем выражение для потока от Луны в фазе новолуния на Земле:

$$J_2 = J_1 \frac{ar^2}{L^2} = J \frac{AaR^2r^2}{L^4}.$$

Здесь  $r$  и  $a$  — радиус и альbedo Луны. Соответственно, звездная величина “темной” Луны равна

$$m = -26.8 - 2.5 \lg \frac{AaR^2r^2}{L^4} = -2.2.$$

Согласитесь, Луна в фазе новолуния светит не так уж и слабо! Иногда даже удается запечатлеть изображения лунных морей на темном диске Луны во время полного солнечного затмения.

6.10. Казалось бы, самый ранний заход Солнца из трех перечисленных дат должен быть 22 декабря, так как этот день практически совпадает с моментом зимнего солнцестояния. Однако на самом деле 22 декабря будет самый короткий день, но не самый ранний закат! Ведь время захода Солнца определяется не только длиной дня, которая почти не меняется в течение второй половины декабря, но и значением уравнения времени, которое, напротив, в это время меняется быстрее всего в году и приводит к тому, что и восход, и кульминация, и заход Солнца перед Новым Годом каждый день происходят чуть позже, чем в предшествующие сутки. В результате самый ранний заход Солнца из данных дней наступит 12 декабря, а самый поздний — 1 января, в чем можно убедиться, взяв любой выпуск “Астрономического календаря”.

6.11. Солнечные затмения обычно происходят через 6 лунных месяцев друг после друга, однако этот промежуток может быть и меньшим. Так, солнечные затмения могут наступить и в два новолуния подряд, однако в этом случае одно затмение будет видно только в северных, а другое — только в южных широтах Земли, и они не будут наблюдаться вместе ни в одном пункте нашей планеты. Промежуток между двумя солнечными затмениями может составить и 5 лунных месяцев (около 148 дней), и в этом случае они могут наблюдаться в одном пункте Земли, достаточно удаленном от экватора. В большинстве таких случаев оба затмения будут частными, хотя одно из них может быть центральным. Так, на Антарктическом полуострове Антарктиды 11 сентября 2007 года будет видно частное, а 7 февраля 2008 года — кольцеобразное затмение Солнца.

6.12. Вега — звезда спектрального класса A0, и температура ее поверхности равна 10000К. По закону Стефана-Больцмана светимость звезды пропорциональна  $R^2T^4$ , где  $R$  и  $T$  — ее радиус и температура. Если светимость Веги в 85 раз больше, чем светимость Солнца, то мы можем получить, что ее радиус составляет 3.3 радиуса Солнца, или 2.3 млн км. После сжатия Веги в нейтронную звезду ее период вращения  $P$ , как следует из закона сохранения момента импульса, составит

$$P = P_0 \frac{R^2}{r^2},$$

где  $r$  радиус нейтронной звезды. Считая современный период вращения Веги  $P_0$  равным 25.4 суткам, получаем период вращения нейтронной звезды  $8.13 \cdot 10^{-5}$  секунды.

2 тур

7 класс и моложе.

6.13. Из-за высокой плотности атмосферы Венеры там наблюдается очень сильный “парниковый эффект”, препятствующий отходу тепла от планеты, из-за чего ее поверхность разогрета до 400-500°C. При такой огромной температуре жизнь существовать не может. Но благодаря той же плотной облачной атмосфере планета Венера выглядит такой яркой на нашем земном небе. Жизнь на Венере была бы возможна, если бы ее атмосфера была более разрежена и не была бы окутана таким плотным слоем облаков. Но на нашем небе Венера в этом случае предстала бы более слабым объектом.

На Марсе же ситуация совершенно обратная. Атмосфера этой планеты крайне разрежена, жидкой воды на Марсе не найдено, и это еще более охлаждает эту планету. В случае наличия плотной атмосферы и воды (что, как полагают, могло когда-то иметь место на Марсе) на нем была бы возможна жизнь, и блеск Марса на нашем небе был бы значительно выше.

6.14. На день проведения 2 тура Олимпиады (17 февраля) звезда  $\alpha$  Гидры, как видно по ее прямому восхождению, находится вблизи противостояния с Солнцем, и ее верхняя кульминация происходит около полуночи. Однако эта звезда находится значительно южнее эклиптики, поэтому в северных широтах она будет восходить значительно позже захода Солнца и скрываться за горизонтом до рассвета. Таким образом, в Москве эта звезда будет видна ночью в течение всего периода времени от восхода до захода, который, как видно по склонению звезды, составляет около 10 часов для широты Москвы.

6.15. Центральные солнечные и полные теньевые лунные затмения могут происходить не менее чем через 6 лунных месяцев друг после друга. Однако, так как лунный месяц короче календарного, одно затмение может произойти в самом начале года, второе — в середине и третье — в конце. Поэтому в течение одного года может произойти три полных лунных затмения, как это было, например, в 1982 году. Могут произойти и три центральных солнечных затмения, но сразу все они не могут быть полными. Ввиду того, что средний угловой диаметр Солнца чуть больше, чем угловой диаметр Луны, из двух подряд центральных солнечных затмений как минимум одно будет кольцеобразным или, в редких случаях, кольцеобразно-полным. В течение одного года может наблюдаться не более двух полных солнечных затмений.

6.16. Когда комета приближается к Солнцу, она теряет часть своего вещества, переходящую в газовую фазу или в мелкие пылинки, улетающие от кометы. Именно поэтому вблизи Солнца у комет появляются большие хвосты. Кометы, часто возвращающиеся к Солнцу, быстро теряют свое вещество, постепенно становятся слабее и в результате превращаются в рой метеорных частиц. В то же время кометы, подлетающие к Солнцу редко или вообще один раз, вполне могут оказаться крупными и яркими.

6.17. На уроках математики вы неоднократно пользовались Треугольником, Циркулем.  
На уроках физики вы неоднократно пользовались Весами, Часами.

На уроках биологии вы неоднократно пользовались Микроскопом.  
 На уроках географии вы неоднократно пользовались Компасом.  
 На уроках труда вы неоднократно пользовались Насосом, Печью, Резцом, Сеткой.  
 И, наконец, на уроках астрономии вы вполне могли пользоваться Октантом, Секстантом, Телескопом, а также изучать имена всех 88 созвездий!

8 - 9 классы

6.18. В общем случае направление движения лунной тени не совпадает с направлением суточного вращения Земли, так как Луна и ее тень движутся вдоль плоскости эклиптики (хотя и здесь отклонение от нее может достигать  $5^\circ$ ). Плоскость земного экватора наклонена к плоскости эклиптики на значительный угол ( $23.5^\circ$ ), и, в зависимости от сезона года, лунная тень может двигаться по поверхности Земли в различных направлениях: весной она движется с юго-запада на северо-восток, осенью — с северо-запада на юго-восток. А если тень проходит вблизи одного из полюсов Земли, то направление ее движения может быть вообще любым!

6.19. Видимая звездная величина Солнца равна  $m_1 = -26.8$ , полной Луны  $m_2 = -12.7$ . Из закона Стефана-Больцмана получаем, что светимость звезды  $L_2$  с вдвое меньшим радиусом и вдвое меньшей температурой равна в 64 раза меньше светимости Солнца  $L_1$  (напомним, что светимость пропорциональна  $R^2 T^4$ ). А по условию задачи отношение яркостей двух звезд равно

$$\frac{J_1}{J_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)} = 436000.$$

Следовательно, отношение расстояний от Земли до звезды-спутника и до Солнца равно

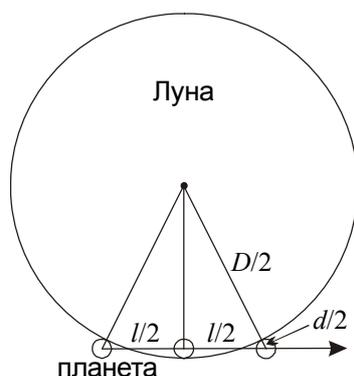
$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{J_1 L_2}{J_2 L_1}} = 82.6.$$

Учитывая, что диаметр звезды-спутника вдвое меньше солнечного, а видимый диаметр Солнца  $d_1 = 31'$ , угловой поперечник спутника составит

$$d_2 = d_1 \frac{R_1}{R_2} = 0.19'$$

или  $11''$ , что сравнимо с видимым диаметром планеты. Диск ярко-красной звезды на нашем небе был бы замечен только в телескоп.

6.20. Вначале отметим, что максимальная продолжительность частного покрытия Луной планеты будет достигаться, когда Луна находится в точке апогея своей орбиты. В этой точке ее угловой диаметр будет наименьшим (около  $29.5'$ ), но в значительно большей пропорции будет убывать скорость движения лунной тени по земной поверхности и угловая скорость движения Луны по небу. Так, если лунная тень движется вдоль экватора Земли с запада на восток (такое, как было показано в решении задачи 6.18, не всегда имеет место, но все же возможно) со скоростью  $0.96$  км/с (скорость движения Луны в апогее), а наблюдатель движется вместе с поверхностью Земли в том же направлении со скоростью  $0.46$  км/с, то скорость движения тени относительно наблюдателя составит всего  $0.50$  км/с. (Как вы догадались, область видимости покрытия, по аналогии с затмениями, мы называем тенью). Разделив эту величину на расстояние от поверхности Земли до Луны (оно получается равным  $399.8$  тыс. км), получаем видимую угловую скорость движения Луны относительно звезд:  $\Omega = 0.258^\circ/\text{час}$  (или  $'/\text{мин}$ ).



Угловой диаметр Луны из точки наблюдения, где она находится вблизи зенита, будет чуть больше геоцентрического значения и составит  $D=29.9'$ . Очевидно, что продолжительность частного покрытия планеты будет тем большей, чем больше угловой диаметр этой планеты. Из всех планет максимальный угловой диаметр  $d=62''$  или  $1.03'$  имеет Венера вблизи нижнего соединения с Солнцем. Схема частного покрытия планеты с максимальной продолжительностью представлена на рисунке. В течение этого покрытия Луна в своем движении относительно планеты должна пройти путь

$$l = 2\sqrt{\left(\frac{D+d}{2}\right)^2 - \left(\frac{D-d}{2}\right)^2} = 2\sqrt{Dd}.$$

Максимальная продолжительность частного покрытия Венеры будет равна

$$\Delta t = \frac{2\sqrt{Dd}}{\Omega + \omega},$$

где  $\omega$  — угловая скорость попятного движения Венеры навстречу Луне, равная вблизи нижнего соединения  $0.023'/\text{мин}$ . В результате, максимальная продолжительность частного покрытия Венеры получается равной 39.5 минутам.

Справедливости ради нужно отметить, что такое покрытие вряд ли может быть хорошо видно с Земли. Луна и Венера будут находиться на небе вблизи Солнца, к тому же Венера будет иметь вид тонкого серпа, и далеко не все фазы покрытия будут непосредственно видимыми. В этом отношении самым длительным можно считать покрытие Юпитера вблизи его противостояния, которое, напротив, будет видно ночью, а Юпитер будет выглядеть полным диском, частично закрытым Луной. Продолжительность такого явления будет ненамного меньше. В самом деле, подставляя значения максимального видимого полярного (понимаете, почему?) радиуса Юпитера  $d=46.4''$  или  $0.77'$ , и его угловую скорость его попятного движения вблизи противостояния  $0.006'/\text{мин}$ , получаем продолжительность покрытия, равную 36.4 минутам.

6.21. Судьба планеты после этого катастрофического события будет существенно зависеть от того, в какой точке орбиты ее это событие застало. Если планета перед взрывом звезды находилась в апоастрии, то ее орбитальная скорость была меньше первой космической для данного расстояния от звезды  $R$ :

$$v < v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}},$$

где  $M$  — первоначальная масса звезды. Так как во время взрыва масса звезды уменьшилась вдвое, значение первой космической скорости до взрыва равно значению второй космической скорости после него. Скорость звезды меньше этого значения, и она продолжит обращаться вокруг остатка звезды, хотя и перейдет на более высокую орбиту.

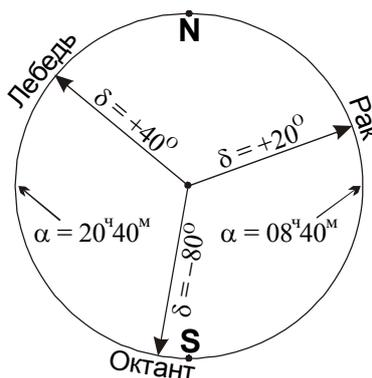
А вот если взрыв застанет звезду в периастрии, где орбитальная скорость выше первой космической (а значит, второй космической после взрыва), то планета навсегда покинет окрестности остатка звезды, удаляясь от него по гиперболической траектории.

6.22. Как ни странно, такое может быть! Мало того, почти такая ситуация реализуется на одной из планет Солнечной системы, на Уране, ось вращения которого образует очень малый угол с плоскостью орбиты. Представьте себя на экваторе планеты, у которой видимый путь центральной звезды среди звезд (аналог эклиптики) проходит через местные полюса. Тогда дважды в году, во время равноденствий, местное Солнце будет кульминировать в зените, и это будет самый теплый сезон в Вашей точке планеты, хотя день будет в

точности равен ночи. А во время солнцестояний дневное светило будет все время находиться на северном или южном горизонте. Все время будет светло, но вам вряд ли понравится такой “полярный день”, особенно если вы выйдете на улицу без теплой одежды!

10-11 классы

6.23. В условии задачи сказано, что мощности трех двигателей равны, а их суммарное действие обращается в нуль. Это может иметь место, если векторы тяги трех двигателей находятся в одной плоскости под углом  $120^\circ$  друг к другу. Как раз на таком угловом расстоянии друг от друга находятся центры созвездий Лебедя и Рака, их приближенные координаты равны  $\alpha=20^h40^m$ ,  $\delta=+40^\circ$  и  $\alpha=8^h40^m$ ,  $\delta=+20^\circ$  соответственно. Кроме этого, данные две точки находятся на одном круге склонения, что значительно упрощает вычисление координат третьей точки, в которую направлена тяга двигателя “Щука” (см. рисунок). Легко видеть, что координаты этой точки равны  $\alpha=20^h40^m$ ,  $\delta=-80^\circ$ , то есть она находится в созвездии Окта́нт, неподалеку от Южного полюса мира.



6.24. Синодический месяц  $S$  (период смены лунных фаз) связан с сидерическим месяцем  $T_L$  (периодом обращения Луны вокруг Земли) и периодом обращения Земли вокруг Солнца  $T_E$  следующим известным соотношением

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_E},$$

из которого можно получить значение  $T_L=27.32$  суток. В случае обратного направления вращения Луны эта формула будет иметь несколько другой вид

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_L} + \frac{1}{T_E},$$

откуда мы можем получить новое значение  $S=25.41$  суток, то есть период смены лунных фаз изменится в 0.86 раз. В такой же пропорции изменится и продолжительность полных лунных затмений, так как она также определяется соотношением скоростей вращения Луны вокруг Земли и Земли вокруг Солнца. Новое значение составит около 1.55 часа.

А вот с полными солнечными затмениями ситуация обстоит значительно более сложным образом. На их продолжительность влияет также суточное вращение Земли, которое теперь в большинстве случаев будет направлено против движения лунной тени и тем самым будет укорачивать, а не удлинять, как в “реальном мире” полную фазу солнечного затмения. Расчеты показывают, что максимальная продолжительность полных солнечных затмений уменьшится примерно вдвое и составит около 3.5 минут, причем достигаться такая продолжительность будет не в тропическом поясе Земли, а в северных полярных широтах при затмениях во время полярного дня, когда Солнце будет находиться низко над северным горизонтом. Это происходит за счет того, что именно в этом случае направление вращения Земли будет совпадать с направлением скорости тени.

6.25. Вблизи противостояния внешней планеты, когда ее скорость и скорость Земли оказываются почти сонаправленными, планета начинает двигаться среди звезд в обратном направлении, с востока на запад, за счет того, что ее скорость по модулю меньше скорости Земли. Однако, если бы орбита Марса была более вытянутой, чем это имеет место на самом деле, его орбитальная скорость в перигелии могла бы стать больше орбитальной скорости Земли. И если в этот же момент планета Марс оказывалась в противостоянии (разумеется, в великом), то она бы не описывала петлю среди звезд, а продолжала бы двигаться в прямом направлении.

Пусть  $a$  — большая полуось орбиты Марса, а  $e$  — ее эксцентриситет. Тогда перигелийное и афелийное расстояния Марса будут равны

$$R_p = a(1 - e); \quad R_A = a(1 + e),$$

и для этих двух точек орбиты можно записать законы сохранения момента импульса и энергии:

$$R_A v_A = R_p v_p;$$

$$\frac{v_A^2}{2} - \frac{GM}{R_A} = \frac{v_p^2}{2} - \frac{GM}{R_p}.$$

Здесь  $v_p$  и  $v_A$  — перигелийная и афелийная скорости Марса, направленные по касательной к его орбите. Решая эти уравнения, можно получить выражение для скорости Марса в перигелии и приравнять ее к орбитальной скорости Земли, считая ее орбиту круговой:

$$v_p^2 = \frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e} = \frac{GM}{a_0}.$$

Здесь  $a_0$  — радиус орбиты Земли. Из последнего уравнения получаем эксцентриситет орбиты Марса:

$$e = \frac{a - a_0}{a + a_0} = 0.207.$$

При этом и большем значении эксцентриситета Марс не описывал бы петель среди звезд на земном небе во время великих противостояний. Нетрудно посчитать, что в это время Марс подходил бы к Земле на расстояние

$$d = a_0 \frac{a - a_0}{a + a_0} = 0.207 \text{ а.е.}$$

Зная, что во время великих противостояний Марс может подойти к Земле на  $d_0=0.372$  а.е, и его блеск при этом достигает  $-2.9^m$ , определяем блеск Марса в нашем гипотетическом противостоянии, вновь считая для простоты орбиту Земли круговой:

$$m = -2.9 + 5 \lg \frac{d(d + a_0)}{d_0(d_0 + a_0)} = -4.5.$$

Выходит, что ярко-красный Марс в это время становился бы третьим или четвертым по яркости светилом на земном небе в зависимости от положения Венеры в этот момент. Это были бы воистину великие противостояния!

6.26. Оценим скорость свободного электрона в планетарной туманности по формуле:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}.$$

При температуре  $T$ , равной 10000К средняя тепловая скорость электрона равна  $6.74 \cdot 10^7$  см/с. За время жизни атома в метастабильном состоянии  $\Delta t$  электрон пролетит расстояние, равное  $v\Delta t$ , и столкнется с атомом, если последний находится внутри “трубки” объемом  $\sigma v\Delta t$ , где  $\sigma$  — сечение взаимодействия атома с электроном. Очевидно, что если суммарный объем всех этих “трубок” покроет весь объем туманности, то вероятность того, что атом в метастабильном состоянии не столкнется с электроном, будет очень мала, если же он будет меньшим, то мы увидим “небулярные” линии в спектре туманности. Математически последнее условие можно записать как

$$n \sigma v \Delta t < 1,$$

из чего следует, что небулярные линии будут видны в спектре туманности, если электронная плотность внутри нее не превосходит  $3 \cdot 10^6$  см<sup>-3</sup>.

6.27. Гравитационная энергия единицы массы вещества протозвезды равна

$$E_G = \frac{GM}{R},$$

где  $M$  и  $R$  — масса и радиус протозвезды. Приравняв гравитационную энергию к данному значению  $I=2.5 \cdot 10^{13}$  эрг/г, получаем, что радиус протозвезды (учитывая, что ее масса равна солнечной), равен  $5.33 \cdot 10^{12}$  см или 76 радиусам Солнца. Далее вспомним, что по закону Стефана-Больцмана, светимость объекта пропорциональна  $R^2 T^4$ . Зная радиус и температуру протозвезды по сравнению с Солнцем, находим ее светимость, она получается равной 360 светимостям Солнца. Абсолютная звездная величина Солнца равна  $+4.72^m$ , значит абсолютная звездная величина протозвезды равна

$$m_0 = 4.72 - 2.5 \lg 360 = -1.68.$$

## СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

### Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$   
 Скорость света в вакууме  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 2.998 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$   
 Постоянная Больцмана  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$   
 Постоянная Стефана-Больцмана  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4} = 5.67 \cdot 10^{-5} \text{ г} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$   
 Масса протона  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$   
 Масса электрона  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 9.11 \cdot 10^{-28} \text{ г}$   
 Астрономическая единица 1 а.е. =  $1.496 \cdot 10^{11} \text{ м} = 1.496 \cdot 10^{13} \text{ см}$   
 Парсек 1 пк =  $206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м} = 3.086 \cdot 10^{18} \text{ см}$

### Данные о Солнце

Радиус 695 000 км  
 Масса  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$   
 Средняя плотность  $1.41 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$   
 Светимость  $3.88 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$   
 Видимая звездная величина  $-26.8^m$   
 Абсолютная звездная величина  $+4.72^m$   
 Температура поверхности 6000К

### Данные о Земле

Экваториальный радиус 6378.2 км  
 Полярный радиус 6356.8 км  
 Сжатие 1/298.3  
 Масса  $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$   
 Средняя плотность  $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$

### Данные о Луне

Радиус 1738 км  
 Масса  $7.348 \cdot 10^{22} \text{ кг}$ , или 1/81.3 массы Земли  
 Средняя плотность  $3.34 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$   
 Большая полуось орбиты 384 400 км  
 Средний эксцентриситет орбиты 0.055  
 Средний наклон плоскости орбиты к эклиптике  $5^\circ 09'$   
 Сидерический (звездный) период обращения 27.32 суток  
 Синодический период обращения 29.53 суток  
 Сферическое альbedo 0.07  
 Видимая звездная величина в полнолуние  $-12.7^m$

### ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛНЦА И ПЛАНЕТ

Планета	Масса		Радиус		Плотность г·см <sup>-3</sup>	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты °	Сферическое альbedo	Видимая звездная величина**
	кг	Массы Земли	км	Радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695000	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	—	-26.8
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут*	177.36	0.65	-4.4
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.2	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	—
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час*	97.86	0.51	5.7
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8
Плутон	$1.5 \cdot 10^{22}$	0.003	1160	0.1819	1.1	6.387 сут*	122.52	0.3	15.1

\* — обратное вращение.

\*\* — для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет.

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТ ПЛАНЕТ

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн.км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	—
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5
Плутон	5913.5	39.5294	0.2482	17.148	248.54 лет	366.7

**ПОБЕДИТЕЛИ МОСКОВСКОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ  
В 1997-2002 ГОДАХ  
(дипломы первой степени)**

**51 Московская Астрономическая олимпиада (1997 год)**

Тунцов Артем — 11 класс, гимназия № 1333 “Донская гимназия” ЮЗАО г. Москвы, астрономический кружок Государственного астрономического института им. П.К.Штернберга.

Золотухин Иван — 8 класс, лицей “Пятьдесят седьмая школа” МКО, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Войцик Пётр — 7 класс, школа № 120 ЮЗАО г. Москвы.

**52 Московская Астрономическая олимпиада (1998 год)**

Журавлёв Вячеслав — 11 класс, школа № 123 ЦАО г. Москвы.

Курилова Татьяна — 9 класс, лицей № 1525 “Воробьевы горы” МКО, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Датченко Андрей — 8 класс, школа № 1134 ЗАО г. Москвы, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Тихонов Евгений — 7 класс, школа № 875 ЗАО г. Москвы, группа “Общая астрономия” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

**53 Московская Астрономическая олимпиада (1999 год)**

Подорванюк Николай — 11 класс, школа № 1103 ЮАО г. Москвы, группа “Теоретическая астрофизика” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Золотухин Иван — 10 класс, лицей “Пятьдесят седьмая школа” МКО, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Войцик Пётр — 9 класс, лицей “Вторая школа” ЮЗАО г. Москвы, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Бабкин Юрий — 7 класс, школа № 7 ЮЗАО г. Москвы.

Гончаров Кирилл — 6 класс, школа № 152 САО г. Москвы.

Сунцов Павел — 5 класс, лицей № 1534 ЮЗАО г. Москвы.

**54 Московская Астрономическая олимпиада (2000 год)**

Гришель Максим — 11 класс, Красненская средняя школа, Минская область, республика Беларусь.

Войцик Петр — 10 класс, лицей “Вторая школа” ЮЗАО г. Москвы, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Лебедев Александр — 9 класс, школа № 149 САО г. Москвы, астрономический кружок Государственного астрономического института им. П.К.Штернберга.

Худяков Алексей — 9 класс, школа № 2 г. Железнодорожного Московской области, Народная обсерватория “Вега”.

Соколовский Кирилл — 8 класс, школа № 96 - экстернат ЦАО г. Москвы, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Бегизов Дмитрий — 6 класс, гимназия № 1333 “Донская гимназия” ЮЗАО г. Москвы.

#### **55 Московская Астрономическая олимпиада (2001 год)**

Короткий Станислав — 11 класс, школа № 423 ВАО г. Москвы, группа “Теоретическая астрофизика” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Нурғалиев Данияр — 11 класс, Специализированный учебно-научный центр (СУНЦ МГУ).

Пилипенко Сергей — 10 класс, школа № 659 ЗАО г. Москвы, группа “Теоретическая астрофизика” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Бабкин Юрий — 9 класс, школа № 7 ЮЗАО г. Москвы, группа “Планетология” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Лаврёнов Иван — 7 класс, лицей № 1567 ЗАО г. Москвы.

Масленникова Екатерина — 6 класс, школа № 1119 ЗАО г. Москвы.

#### **56 Московская Астрономическая олимпиада (2002 год)**

Пилипенко Сергей — 11 класс, школа № 659 ЗАО г. Москвы, группа “Теоретическая астрофизика” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Власов Андрей — 8 класс, лицей “Вторая школа” г. Москвы, группа “Астрофизика” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

Лисов Денис — 7 класс, школа № 126 ЮЗАО г. Москвы, группа “Астрофизика” Московского городского Дворца творчества детей и юношества.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	2
Условия задач	
51 Московская Астрономическая олимпиада (1997 год)	4
52 Московская Астрономическая олимпиада (1998 год)	6
53 Московская Астрономическая олимпиада (1999 год)	8
54 Московская Астрономическая олимпиада (2000 год)	10
55 Московская Астрономическая олимпиада (2001 год)	12
56 Московская Астрономическая олимпиада (2002 год)	14
Решения задач	
51 Московская Астрономическая олимпиада (1997 год)	16
52 Московская Астрономическая олимпиада (1998 год)	22
53 Московская Астрономическая олимпиада (1999 год)	29
54 Московская Астрономическая олимпиада (2000 год)	38
55 Московская Астрономическая олимпиада (2001 год)	45
56 Московская Астрономическая олимпиада (2002 год)	51
Справочные данные	60
Победители Московской Астрономической олимпиады в 1997-2002 годах	62