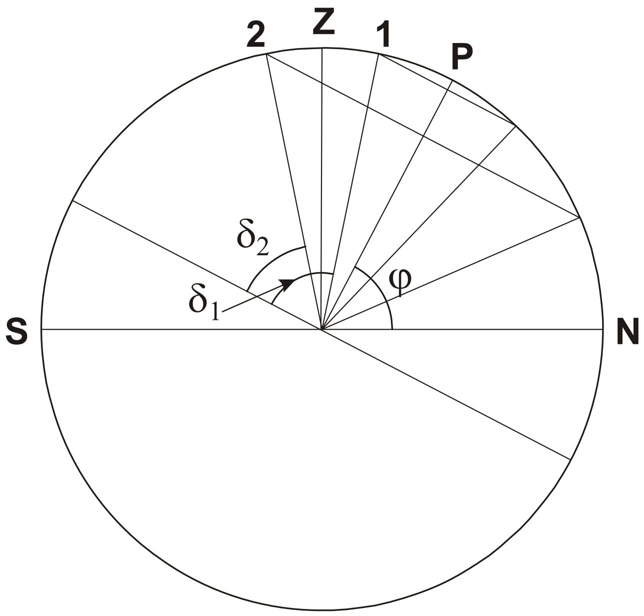
Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Региональный этап - 2019

9 класс

1. Условие. Верхние кульминации разных звезд 1 и 2 происходят одновременно на одинаковой высоте над горизонтом. Нижняя кульминация звезды 1 происходит над горизонтом, причем вдвое выше, чем у звезды 2. На каких широтах такое возможно? Рефракцией пренебречь. *(О.С. Угольников)*

1. Решение. Из условия задачи следует, что у обеих звезд нижняя кульминация происходит над горизонтом, то есть, они являются незаходящими в пункте наблюдений. Более того, нижняя кульминация звезды 1 выше, чем у звезды 2, то есть она располагается ближе к видимому полюсу мира (точка **P** на рисунке). Рассмотрим северное полушарие Земли, учитывая, что в южном мы получим аналогичный ответ.



Нижняя кульминация обеих звезд происходит над северным горизонтом на разных высотах, следовательно, их склонение положительно и различно, у звезды 1 склонение больше. При этом верхняя кульминация происходит на одинаковой высоте. Это может быть в том случае, если более северная звезда 1 проходит верхнюю кульминацию к северу от зенита, а звезда 2 – к югу от зенита. Это значит, что склонение первой звезды δ_1 больше широты места φ, а склонение второй звезды 2 δ_2 меньше широты. Тогда условие задачи может быть переписано в математическом виде:

$$90° + \varphi - \delta_1 = 90° - \varphi + \delta_2;$$
$$-90° + \varphi + \delta_1 = 2\,(-90° + \varphi + \delta_2).$$

При этом все три величины (φ, δ_1, δ_2) должны быть неотрицательными (формулы выше справедливы только в северном полушарии, южное полушарие мы рассмотрим отдельно) и не должны превосходить 90°. Помимо этого, высоты обоих светил в нижней кульминации должны быть больше нуля. Так как они связаны множителем 2, достаточно проверить положительность любой одной из этих высот. Из второго уравнения получаем связь склонений звезд:

$$\delta_1 = -90° + \varphi + 2\delta_2.$$

Подставляя его в первое уравнение, имеем:

$$180° - 2\delta_2 = 90° - \varphi + \delta_2;$$
$$\delta_2 = (90° + \varphi) / 3.$$

Для любых положительных значений φ на интервале (0° .. 90°] величина δ_2 также попадает в этот интервал. Проверим, на каких широтах нижняя кульминация будет происходить над горизонтом:

$$-90° + \varphi + \delta_2 = -90° + \varphi + (90° + \varphi) / 3 = -60° + 4\varphi /3 \geq 0;$$
$$\varphi \geq 45°.$$

Определим теперь склонение первой звезды:

$$\delta_1 = -90° + \varphi + 2(90° + \varphi)/3 = -30° + 5\varphi /3.$$

Эта величина будет неотрицательна на широтах $\varphi \geq 90°/5 = 18°$. Она не будет превышать 90° на широтах $\varphi \leq 3 \cdot 120°/5 = 72°$. Высота звезды 1 в нижней кульминации, как и высота звезды 2, будет положительной на широтах $\varphi > 45°$. С учетом трех полученных ограничений, мы можем сделать вывод, что в северном полушарии такая ситуация может иметь место на широтах в интервале (45° .. 72°]. Аналогично, она может наступить в южном полушарии в интервале широт [–72° .. –45°).

1. Система оценивания. Так как задание оперирует с такой величиной, как высота светила в верхней и нижней кульминации, решение, вообще говоря, должно включать в себя рассмотрение разных случаев, соответствующих разным положением звезд на небесном меридиане относительно зенита в этот момент. В данном случае достаточно показать, что при рассмотрении северного полушария нижние кульминации обеих звезд происходят к северу от зенита, а верхние кульминации – по разные стороны от зенита. Этот вывод в текстовом или графическом исполнении оценивается в 1 балл.

Дальнейшее решение можно вести алгебраически, как изложено выше, либо на основе анализа рисунка с дальнейшим переходом к записи уравнений. При алгебраическом подходе правильное соотношение склонений обеих звезд и широты (их можно записывать как выражение склонения через широту, широты и одного склонения через другое склонение) оценивается в 2 балла. Еще по 1 баллу выставляется за корректный учет двух ограничений (высоты положительны; широта и склонения имеют одинаковый знак и не превосходят по модулю 90°), всего 2 балла. Запись итогового интервала широт оценивается в 1 балл при условии правильного выполнения предыдущих этапов. Включение или исключение границ в интервале на оценку не влияют. Наконец, учет случая южного полушария оценивается в 2 балла.

К примеру, если участник забывает о требовании положительной высоты светил в нижней кульминации, то при правильных вычислениях он получает интервал широт [18°..72°]. При таком решении ему не выставляется 1 балл за проверку одного из ограничений и 1 балл за правильную запись интервала. Оценка составляет 4 или 6 баллов в зависимости от указания случая южного полушария.

Участник олимпиады может добавить в качестве решения случай двух звезд в полюсах мира, наблюдаемых на экваторе. Тогда высоты обеих звезд в верхней и нижней кульминациях будут равны нулю. Однако, этот случай, как и вариант двух совпадающих звезд с нижней кульминацией на горизонте, не удовлетворяет условию, так как сказано, что звезды разные. а их нижняя кульминация наступает над горизонтом. Учет этих вырожденных случаев уменьшает оценку на 1 балл.

2. Условие. Астроном наблюдает прохождение геостационарного спутника Земли по диаметру диска Луны. Какова может быть длительность такого явления? Орбиту Луны считать круговой и лежащей в плоскости экватора Земли. *(О.С. Угольников)*

2. Решение. Проще всего решить эту задачу, вспомнив, что геостационарный спутник обращается вокруг Земли с тем же периодом, что и сама Земля вокруг своей оси, и видимое положение спутника при наблюдении с поверхности Земли не изменяется. Поэтому достаточно определить, за какое время диск Луны в своем видимом движении по небу Земли пройдет угловое расстояние, равное своему диаметру. Если бы Луна не перемещалась на небе относительно звезд, то ее угловая скорость относительно спутника и земных объектов была бы равна угловой скорости вращения Земли (и геостационарного спутника):

$$\omega_0 = \frac{360^{\circ}}{T} \approx 15^{\circ}/\text{чч}$$

Здесь T – период осевого вращения Земли (23ч56м). Приближенное значение длительности прохождения спутника составит

$$t_0 = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{T\,\delta}{360^{\circ}} = 2.07 \text{ } мин.$$

Здесь δ – угловой диаметр Луны (0.518°). Сейчас получена лишь приближенная величина. В реальности, Луна обращается вокруг Земли по орбите с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{360^{\circ}}{S} \approx 0.55^{\circ}/ч$$

Здесь S – сидерический период Луны. Мы пренебрегаем углом наклона орбиты Луны к экватору и считаем скорости сонаправленными. С учетом этого, мы можем получить более точное выражение для продолжительности прохода спутника перед диском Луны:

$$t = \frac{\delta}{\omega_0 - \Omega} = 2.14 \text{ } мин.$$

Это уже достаточно точная оценка. Можно также учесть, что если дело происходит на экваторе, и Луна располагается в зените, то за счет осевого вращения Земли ее видимая угловая скорость уменьшается до величины

$$\Omega_Z = \frac{v - V}{L - R} = \frac{L \cdot \Omega - R \cdot \omega_0}{L - R} \approx 0.31^{\circ}/ч$$

Здесь v – орбитальная скорость Луны, V – скорость точки экватора Земли, L – расстояние до Луны, R – радиус Земли. За счет уменьшения угловой скорости Луны перемещение спутника по ее диску будет происходить быстрее. Но угловой диаметр Луны δ_Z в этом случае увеличивается до

$$\delta_Z = \frac{\delta \cdot L}{L-R} = 0.527^{\text{O}}.$$

Продолжительность явления в зените составляет

$$t_Z = \frac{\delta_Z}{\omega_0 - \Omega_Z} = \frac{\delta \cdot L}{L-R} \cdot \frac{L-R}{(\omega_0 - \Omega) \cdot L} = \frac{\delta}{\omega_0 - \Omega} = t.$$

Можно показать, что эта величина вообще не зависит от высоты Луны над горизонтом во время явления.

2. Система оценивания. Решение задачи можно вести с точки зрения наблюдателя на поверхности Земли, для которого геостационарный спутник будет соответствовать неподвижной точке неба, через которую проходит диск Луны. Можно решать задачу более классическим способом, вычисляя угловые скорости Луны и спутника относительно звезд. В обоих случаях, выполнение задачи в пренебрежении угловым перемещением Луны оценивается в 5 баллов, возможен округленный вариант ответа: 2 минуты. Учет угловой скорости Луны как постоянной величины (Ω в решении выше) и получение ответа с точностью до 0.1 минуты достаточен для выставления максимальной оценки в 8 баллов.

Участник олимпиады может также учесть приближение к Луне точки экватора и изменение ее угловой скорости, что при условии правильного выполнения не меняет окончательный ответ и оценку. Если же учтен только один фактор (только приближение наблюдателя к Луне или только изменение ее угловой скорости), то ответ меняется примерно на 0.1 минуты, а оценка снижается на 2 балла.

3. Условие. При наблюдении прохождения Венеры по диску Солнца в июне 2012 года освещенность, создаваемая Солнцем на Земле, упала на 1/1000 от своего значения. Во сколько раз больше или меньше относительное падение освещенности от Солнца во время прохождения Венеры для наблюдателя на Марсе? Орбиты планет считать круговыми. *(Е.Н. Фадеев)*

3. Решение. Уменьшение освещенности пропорционально доли площади Солнца, закрываемую Венерой. Марс находится в 1.524 раз дальше от Солнца, чем Земля. Значит видимый диаметр Солнца на Марсе также в 1.524 раза меньше, чем на Земле. Венера движется по орбите с радиусом 0.723 а.е. и в нижнем соединении располагается для марсиан в (1.524−0.723)/(1.000−0.723) ≈ 2.892 раз дальше, а значит имеет в 2.892 раз меньший угловой диаметр. В итоге, эффект уменьшения освещенности, пропорциональный отношению квадратов видимых диаметров Венеры и Солнца, на Марсе будет меньшим, чем на Земле. Соответствующее отношение составит $(1.524/2.892)^2 = 0.278 \sim 1/3.60$.

Эффект уменьшения яркости Солнца во время прохождения по его диску Венеры на Марсе будет в 3.60 раза меньшим, чем на Земле, само уменьшение составит примерно 0.00028.

3. Система оценивания. Решение задачи может быть выполнено как последовательно, с выписыванием отдельно формул для углового размера Солнца и Венеры, видимых с Земли и с Марса, и их дальнейшим сопоставлением, так и с помощью записи одной формулы в строку. Если решения правильные, они оцениваются полностью. Участники могут воспользоваться заданными в справочных данных размерами Солнца и Венеры для вычисления их угловых размеров. Это не является ошибкой, поскольку эти величины на итоговый ответ не влияют. Если участник олимпиады придерживается той же схемы решения, что дана выше, то за правильную формулу для углового размера Солнца для наблюдателя с Земли и с Марса он получает по 1 баллу. За правильную формулу для углового размера Венеры для наблюдателя на Земле и на Марсе он получает по 1 баллу. Если на этих этапах ошибок нет, то за запись правильной итоговой формулы выставляется 3 балла, и еще 1 балл за правильный итоговый ответ. Максимальная оценка за задачу – 8 баллов.

Возможные ошибки при решении:

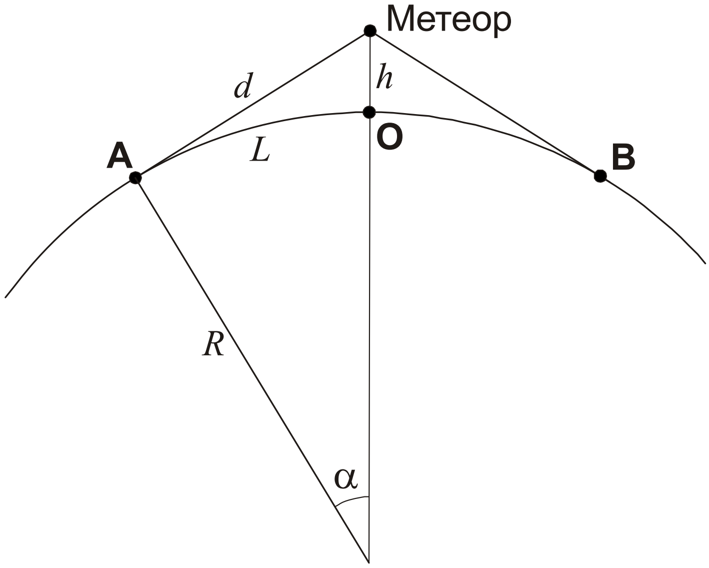
– Марс в 1.524 раза дальше от Солнца чем Земля, поэтому падение освещенности будет больше/меньше в 1.524 раза. Такое решение оценивается в 1 балл.

– Расстояние и до Солнца, и до Венеры при наблюдении с Марса в 1.524 раза больше, поэтому их угловые размеры изменятся одинаково и доля площади Солнца, закрытая Венерой, не изменится (т. е. не учтено, что Венера ближе к Земле и Марсу, чем Солнце). За такое решение выставляется 2 балла.

– в итоговой формуле вместо изменения телесного угла Солнца/Венеры вычисляется только изменение их углового размера (нет возведения в квадрат) В этом случае за итоговую формулу ставится 1 балл вместо 3 баллов, ответ не оценивается. Максимальная оценка составляет 5 баллов.

4. Условие. Метеор наблюдался на поверхности Земли в обширной области радиусом 1000 км, и в двух наиболее удаленных друг от друга точках этой области он имел блеск 0^m. Какова была максимальная звездная величина метеора, видимая с поверхности Земли? Длиной пути метеора, рельефом Земли, атмосферной рефракцией и поглощением света пренебречь. *(О.С. Угольников)*

4. Решение. Размер области, в которой можно наблюдать метеор, в пренебрежении рефракцией и поглощением, можно определить из геометрических соображений.



Две наиболее удаленные друг от друга точки поверхности Земли, где можно увидеть метеор, обозначены как **A** и **B**. Они равноудалены по поверхности Земли от точки **O**, ближайшей к метеору, где он наблюдается в зените, на расстояние L. Угол в центре Земли, образованный направлениями на метеор и точку **A**, равен

$$\alpha = (L/R) \text{ рад} = 0.157 \text{ рад} = 9°.$$

Здесь R – радиус Земли. Расстояние от точек А и В до метеора равно

$$d = R \text{ tg } \alpha = 1010 \text{ км} \approx L.$$

Расстояние от метеора до ближайшей точки Земли **O** – высота метеора – равна:

$$h = R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) \approx 80\ км.$$

Это значение можно получить с помощью приближенной формулы с учетом малости угла α:

$$h = R\cdot\left(\frac{1}{1-\alpha^2/2} - 1\right) \approx \frac{R\alpha^2}{2} = \frac{L^2}{2R}.$$

Звездная величина метеора с расстояния d (или L) равна $m_0 = 0$. Пренебрегая атмосферным поглощением, находим звездную величину с расстояния h:

$$m = m_0 - 5\lg\frac{h}{d} = m_0 - 5\lg\frac{L}{2R} \approx -5.5.$$

Из точки **O** метеор выглядел как яркий болид.

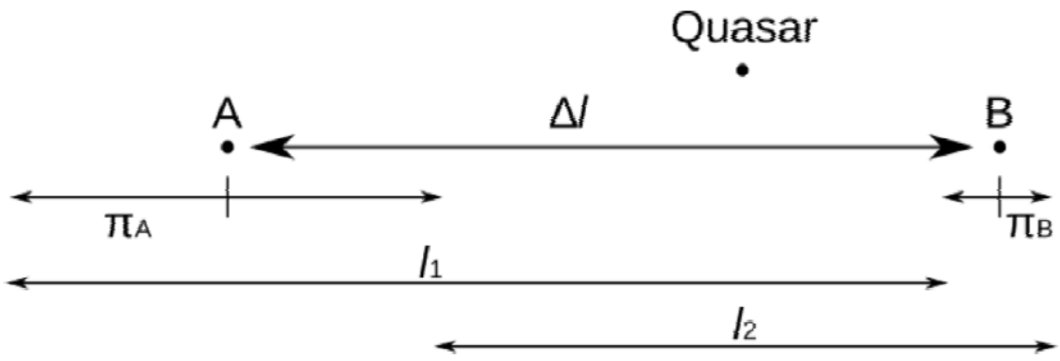
4. Система оценивания. Решение задания состоит из нескольких простых частей, которые можно выполнять в виде формул или численно, точно или приближенно (фактически, считая угол α в решении выше малым). Каждый подход допустим и оценивается максимально при условии правильного выполнения. Первый этап состоит в вычислении расстояния от метеора до точек **A** и **B** (или указания, что оно фактически равно заданному расстоянию L). Этот этап оценивается в 1 балл. При получении расстояния, существенно отличного от L (более чем на 100 км), вне зависимости от причины ошибки этот балл не выставляется.

Вычисление расстояния от метеора до точки **O** (высоты метеора) оценивается в 4 балла, при этом допустимая ошибка составляет 3 км (при ошибке до 10 км оценка снижается на 2 балла). Наконец, определение звездной величины метеора оценивается еще в 3 балла. При ошибке в знаке итоговой величины ($+5.5^m$ в ответе) оценка уменьшается на 1 балл, если это вызвано случайными причинами при вычислении, и на 3 балла, если причиной было неверное трактование (использование формул) шкалы звездных величин участником.

Среди работ участников могут встретиться решения, где высота метеора берется как известная (80-100 км). В этом случае за первые два этапа из 5 баллов выставляется только 2 балла, второй этап оценивается полностью при условии правильного выполнения (3 балла). Максимальная оценка в этом случае составляет 5 баллов.

5. Условие. Звезды **A** и **B** наблюдаются близко друг к другу на эклиптике. Используя далекую звезду **B**, располагающуюся в той же области неба и у которой не наблюдался параллакс, в качестве звезды сравнения, астроном определил по параллактическому смещению, что звезда **A** находится на расстоянии 62.5 парсек от Солнца. Позже более точные измерения показали, что звезда **B** располагается гораздо ближе, чем считалось, всего лишь на расстоянии 200 пк. Определите, как это повлияет на оценку расстояния до звезды **A**, и определите его уточненное значение. *(Е.Н. Фадеев)*

5. Решение. Если расстояние до звезды **B** равно $L_B = 200$ пк, то параллакс этой звезды равен $\pi_B = (1/200)'' = 0.005''$. Значит, относительно очень далекого объекта, например квазара, эта звезда совершает параллактические колебания с амплитудой π_B.



Раз расстояние до звезды **A** было определено как $L_A' = 62.5$ пк, то относительно звезды **B** эта звезда совершала параллактические колебания с амплитудой $\pi_{AB} = (1/62.5)'' = 0.016''$. Поскольку звезды находятся близко, параллактическое смещение для них происходит синхронно. То есть, измеренная амплитуда паралактического смещения звезды **A** оказалась меньше истинной. Пусть Δl – разность эклиптических долгот звезд. Тогда угловое расстояние между звездами в момент максимального параллактического смещения к востоку равно

$$l_1 = \Delta l + \pi_A - \pi_B,$$

а в момент максимального западного смещения:

$$l_2 = \Delta l - \pi_A + \pi_B.$$

Тогда смещение звезды **A** относительно звезды **B** равно

$$\pi_{AB} = (l_1 - l_2) / 2 = \pi_A - \pi_B.$$

В итоге, истинный параллакс звезды **A** равен

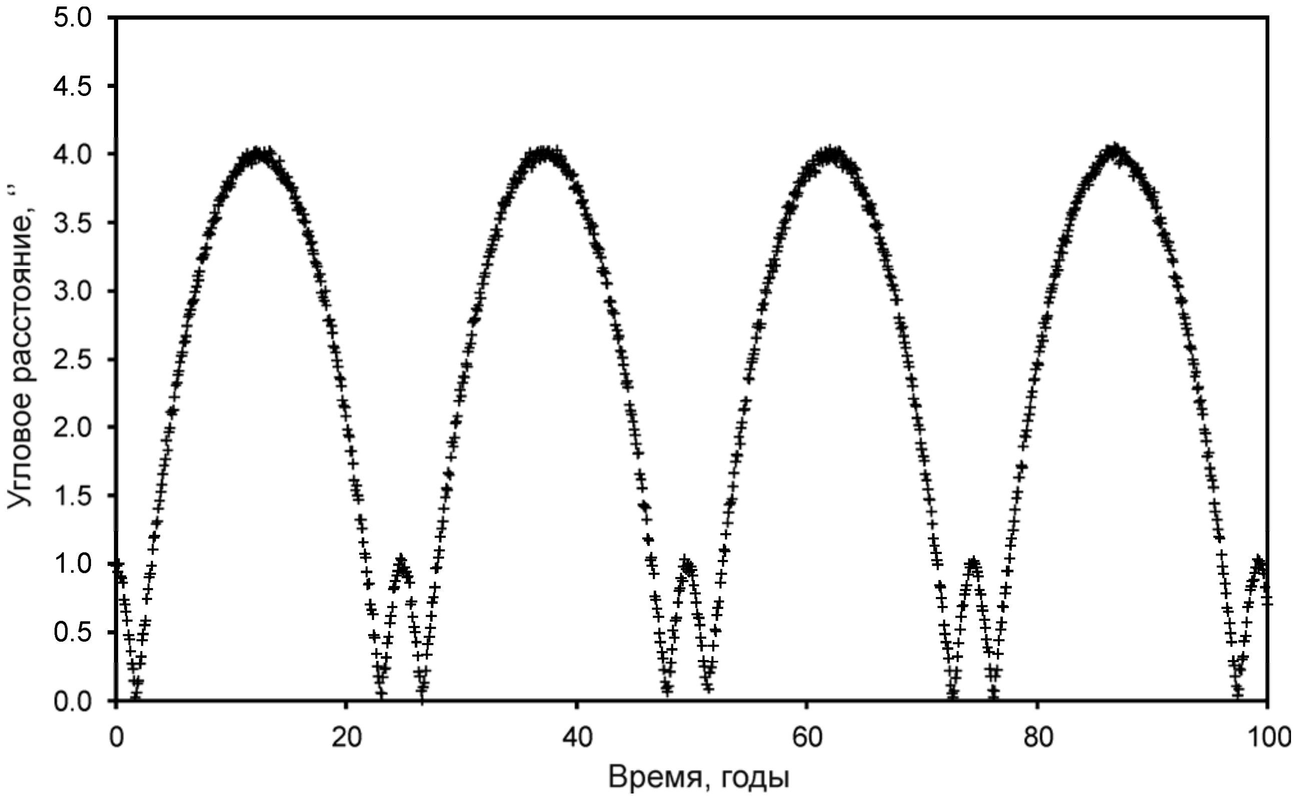
$$\pi_A = \pi_{AB} + \pi_B = 0.016'' + 0.005'' = 0.021'',$$

и звезда **A** находится на расстоянии $L_A = (1 / 0.021) \approx 47.6$ пк от Солнца.

5. Система оценивания. Объяснение влияния параллакса звезды **B** на измерение параллакса звезды **A** оценивается в 2 балла. Под этим подразумевается только объяснение того, что параллактическое смещение звезды **B** влияет на определение амплитуды смещения звезды **A**. Знание формулы связи расстояния и параллактического смещения оценивается 1 баллом. Правильное вычисление истинного параллакса звезды **A** оценивается в 4 балла. При этом, если формула неверна (параллактические смещения звезд в противофазе и т. п.), то за второй этап баллы не выставляются, на оценку за первый эта это не влияет. Правильный итоговый ответ оценивается еще 1 баллом.

При решении задания участники могут предположить, что уточненное расстояние ло звезды **A** есть сумма или разность приближенного расстояния до этой звезды и расстояния до звезды **B** (то есть, брать расстояния до звезд вместо их параллаксов – обратных величин). Такие решения оцениваются не выше 1 балла.

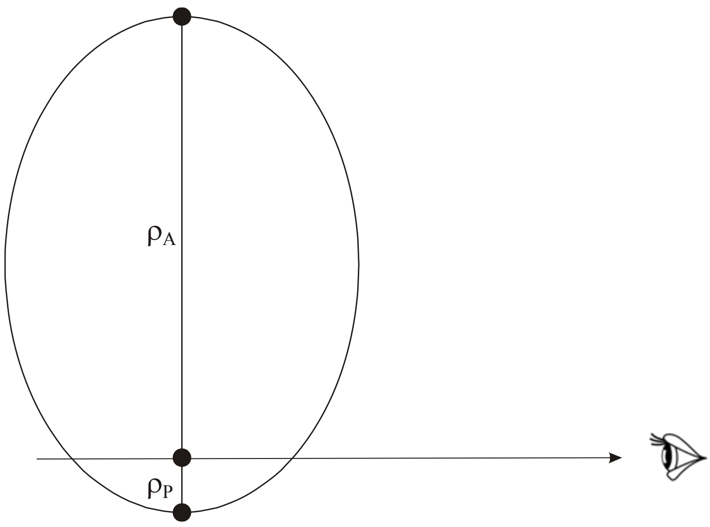
6. Условие. Двойная система состоит из одинаковых компонент, подобных Солнцу. На графике приведена зависимость углового расстояния между ними (в угловых секундах) в небе Земли от времени. Определите эксцентриситет орбиты, наклон плоскости орбиты к лучу зрения и расстояние до системы. *(О.С. Угольников)*



6. Решение. Зависимость углового расстояния между двумя звездами имеет очевидный период *T* около 25 лет. При этом дважды за этот период угловое расстояние между звездами фактически обращается в ноль. Такое может иметь место только в том случае, если луч зрения лежит в плоскости орбиты, и дважды за период обращения звезды проходят друг перед другом. Наклон плоскости орбиты к лучу зрения равен нулю.

Если бы орбиты звезд в системе были круговыми, то эти моменты были бы отделены друг от друга равными промежутками времени, а максимумы между ними были бы одинаковыми. Мы наблюдаем иную картину, то есть орбиты в системе вытянуты.

Будем считать одну из звезд неподвижной, рассматривая движение второй звезды относительно первой. Очевидно, это не меняет форму орбиты. Максимумы углового расстояния разные, но они оба симметричны. Это говорит о том, что они совпадают с прохождением звезды перицентра и апоцентра своей орбиты, и линия апсид лежит в картинной плоскости.



Итак, мы можем сделать вывод, что малые максимумы с угловым расстоянием между звездами ρ_P=1.0″ соответствуют перицентру орбиты, а большие максимумы с угловым расстоянием ρ_A=4.0″ – апоцентру орбиты. Теперь мы можем определить эксцентриситет:

$$e = \frac{\rho_A - \rho_P}{\rho_A + \rho_P} = 0.6.$$

Большая полуось (среднее расстояние между звездами) видна с Земли под углом $\alpha = (\rho_P+\rho_A)/2 = 2.5''$. Пространственную величину большой полуоси мы можем определить из III закона Кеплера:

$$A = (T^2M)^{1/3} = 10.8 \text{ а.е.}$$

Зная, что суммарная масса звезд M равна 2 массам Солнца, получаем расстояние до системы в парсеках:

$$L = (10.8 / 2.5) = 4.3 \text{ пк.}$$

6. Система оценивания. Первый этап задания состоит в выводе о том, что нулевые минимумы углового расстояния соответствуют моментам расположения звезд на одном луче зрения, и наклон плоскости орбит системы к лучу зрения равен нулю (или очень мал). Вывод может быть также сформулирован как перпендикулярность плоскости орбиты и картинной плоскости. Он оценивается в 2 балла и обязателен для дальнейшего решения. Если же минимумы приписываются физическим тесным сближениям звезд, то вне зависимости от полученных результатов оценка не может превышать 2 баллов (за третий этап – см. далее).

Следующий этап заключается в вычислении эксцентриситета орбиты. Это оценивается в 3 балла (1 балл за снятие данных с графика, 1 балл за правильную формулу для эксцентриситета и 1 балл за его вычисление), но только при условии, что перицентр и апоцентр ассоциируются с максимумами на графиках. В противном случае эти 3 балла не выставляются даже при случайном совпадении результата с правильным.

Наконец, последние 3 балла выставляются за нахождения расстояния до системы. Из них 2 балла ставятся за определение пространственной величины большой полуоси системы, и они не зависят от выполнения других этапов задания. Последний балл ставится за нахождение расстояния до системы при условии правильного выполнения всех этапов задания и верного ответа. Если участник не учитывает фактор массы M=2 в III законе Кеплера, третий этап (все три балла) не засчитывается.

10 класс

1. Условие. В некотором пункте **A** в день весеннего равноденствия Солнце в верхней кульминации располагалось вдвое выше, чем в пункте **B** также в верхней кульминации, а его заход длился в полтора раза меньше, чем в пункте **B**. Найти широты обоих пунктов. Рефракцией пренебречь. *(О.С. Угольников)*

1. Решение. В день весеннего равноденствия склонение Солнца равно нулю, и его высота над горизонтом в верхней кульминации составляет

$$h = 90° - |\varphi|.$$

Здесь φ – широта места. При заходе за горизонт в точке запада Солнце движется под таким же углом $h = 90° - |\varphi|$ к горизонту, и продолжительность его захода равна

$$t = \frac{2\rho}{\omega \sin h}.$$

Здесь ω – угловая скорость видимого суточного вращения Солнца, ρ – его угловой радиус. По условию задачи, для пунктов **A** и **B** справедливы соотношения $h_A = 2h_B$, $t_A = 2t_B/3$. Подставим первое из них во второе:

$$\frac{t_A}{t_B} = \frac{\sin h_B}{\sin h_A} = \frac{\sin h_B}{2\sin h_B \cos h_B} = \frac{2}{3}.$$

Отсюда мы имеем $\cos h_B = 3/4$, $h_B = 41.4°$. Из этого мы получаем ответ на задачу:

$$\varphi_A = \pm\,(90° - 2h_B) = \pm 7.2°;$$
$$\varphi_B = \pm\,(90° - h_B) = \pm 48.6°.$$

1. Система оценивания. Для решения задачи участник должен связать высоту Солнца в верхней кульминации в день весеннего равноденствия и продолжительность его захода в этот день с широтой места или напрямую друг с другом. Эта связь оценивается в 3 балла (по 1 баллу за формулу для высоты в кульминации, формулу для длительности захода и составлении уравнения). Применение свойства синуса двойного угла либо иные способы решения уравнения и вычисление высоты Солнца в пунктах **A** и **B** оценивается еще в 3 балла (участники могут не записывать численные значения высот, а сразу переходить к широтам, что не является ошибкой и оценивается полностью).

Правильная запись ответа оценивается еще в 2 балла. Однако эти 2 балла не выставляются, если указаны только точки северного полушария с широтами 7.2° и 48.6°. Если случай южного полушария учитывается, но ответ формулируется в виде двух отдельных пар (+7.2°, +48.6°) и (–7.2°, –48.6°), то из 2 баллов выставляется только 1, так как такой ответ также неполон, точки **A** и **B** могут располагаться в разных полушариях. Правильный ответ содержит по два независимых значения широт либо указание четырех возможных пар. Участники могут округлить значения широты до 0.5° и 1°, что не является ошибкой.

2. Условие. Две малые планеты обращаются по круговым орбитам в том же направлении, что и Земля. Их синодические периоды одинаковы, а радиусы орбит отличаются вчетверо. Найти эти радиусы орбит. *(О.С. Угольников)*

2. Решение. Обозначим радиусы орбит двух планет (в астрономических единицах) как $R_{1,2}$. Тогда для периодов их обращения вокруг Солнца $T_{1,2}$ (в годах) справедливо соотношение:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{3/2} = 4^{3/2} = 8 \equiv K.$$

Все планеты вместе с Землей обращаются вокруг Солнца в одну сторону. Равные синодические периоды планет 1 и 2 могут быть в том случае, если одна из них (1, с меньшим расстоянием от Солнца) внутренняя, а вторая – внешняя. Период обращения Земли вокруг Солнца T_0 равен 1 году, поэтому для синодического периода мы имеем:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_2};$$

$$\frac{K}{T_2} - 1 = 1 - \frac{1}{T_2}.$$

Отсюда мы получаем значение орбитального периода планет в годах:

$$T_2 = \frac{K+1}{2} = \frac{9}{2};$$

$$T_1 = \frac{T_2}{K} = \frac{K+1}{2K} = \frac{9}{16}.$$

Теперь мы можем найти радиусы орбит планет в астрономических единицах:

$$R_1 = T_1^{2/3} = \left(\frac{9}{16}\right)^{2/3} = 0.68 \text{ а.е};$$

$$R_2 = T_2^{2/3} = \left(\frac{9}{2}\right)^{2/3} = 2.72 \text{ а.е.}$$

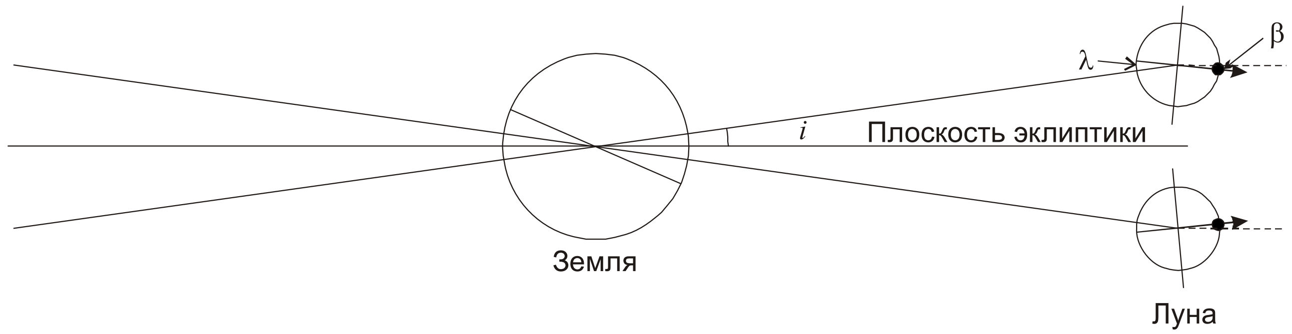
2. Система оценивания. Решение задачи разбивается на основные этапы:

1) Вычисление соотношения орбитальных периодов планет (2 балла). Это эквивалентно правильной записи (1 балл) и применению (1 балл) 3-го закона Кеплера;
2) Указание на то, что одна из планет должна быть внутренней, а другая внешней (1 балл);
3) Вычисление самих периодов, исходя из равенства синодических периодов (3 балла);
4) Получение правильных числовых значений радиусов орбит планет (по 1 баллу за каждый ответ).

Все этапы можно выполнять как в общем виде, так и численно. В случае незначительных арифметических ошибок оценка за данный этап уменьшается на 1-2 балла, если же ошибки ведут к заведомо абсурдному ответу (например, периоды обеих планет одновременно больше или одновременно меньше одного года, радиусы орбит одновременно больше либо одновременно меньше одной астрономической единицы) – выставляется 0 баллов за текущий и последующие этапы решения.

3. Условие. Крупный неподвижный радиотелескоп установлен в центре обратного полушария Луны (селенографические координаты 180° долготы, 0° широты). Ось телескопа направлена в зенит, и телескоп может регистрировать объекты, удаленные от оси не более, чем на 2 градуса. Какая часть небесной сферы будет доступна наблюдениям с этим телескопом, если проводить наблюдения в течение 100 лет? При решении считать, что амплитуда либраций Луны по широте постоянна и равна 6°40′. *(О.С. Угольников)*

3. Решение. Если бы речь шла о кратковременных наблюдениях, например, в течение одного оборота Луны вокруг Земли, то ситуация представлялась бы очевидной: этому телескопу были бы доступны звезды с селеноцентрическим склонением от –2° до +2°, что соответствует площади на небе в 1440 кв. градусов = 0.439 стерадиан или 3.5% небесной сферы. Однако при увеличении интервала наблюдений можно расширить эту область неба.



Как известно, плоскость лунной орбиты наклонена к плоскости эклиптики (орбиты Земли) на угол i = 5°09′ и прецессирует относительно оси плоскости эклиптики с периодом 18.6 лет, меньшим интервала наблюдений. В то же время лунные либрации по широте имеют постоянную и чуть большую амплитуду λ = 6°40′. Причина этих либраций вызвана тем, что ось Луны наклонена на угол λ к нормали своей орбиты, и из-за этого в разные моменты времени мы можем наблюдать северные или южные приполярные области обратного полушария Луны. Это происходит вследствие того, что плоскость экватора Луны образует с плоскостью эклиптики угол $\beta = \lambda - i$ = 1.5° и также прецессирует с тем же периодом (фактически, это альтернативное выражение закона Кассини, сформулированного для движения Луны в 1693 году). В итоге, в различные периоды времени положение зенита для радиотелескопа будет отклоняться от эклиптики на угол 1.5°, и ему могут быть доступны объекты с эклиптической широтой b вплоть до 3.5° или 0.061 радиан. При этом эклиптическая долгота объекта в различное время может быть любой.

Так как угол b невелик, площадь кольца небесной сферы единичного радиуса между параллелями $\pm b$ может быть выражена как $4\pi b$. Доля площади всей сферы, занимаемая этим кольцом, равна

$$\eta = \frac{4\pi\, b}{4\pi} = b = 6.1\%.$$

3. Система оценивания. Основной этап задания состоит в вычислении максимального угла отклонения оси телескопа от плоскости эклиптики (или "средней плоскости лунного экватора"). Этот этап оценивается в 5 баллов, и при его выполнении возможно несколько стандартных ошибок. В частности, в качестве этого угла участники могут брать амплитуду изменения склонения Луны в небе Земли (среднюю 23.4° или максимальную 28.6°), в этом случае этап полностью не засчитывается (0 баллов). В качестве амплитуды может быть взята амплитуда либрации, 6°40′, или угол наклона лунной орбиты к эклиптике, 5°09′, в этих двух случаях за этап выставляется 2 балла. Если в качестве этого угла берется сумма углов λ и i, то есть около 12°, за этап также выставляется 2 балла.

Еще один вариант – предположение, что плоскость лунного экватора вообще не изменяет своего положения, и угол β равен нулю. В математическом плане это предположение достаточно близко к действительности, и в этом случае за выполнение этапа выставляется 3 балла.

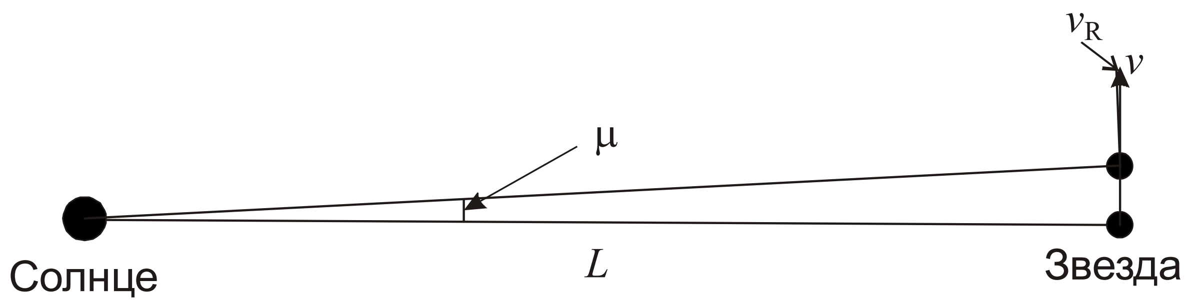
На последующем этапе участники должны прибавить к углу β величину 2° (1 балл) и вычислить долю площади небесной сферы (2 балла). Таким образом, этот этап оценивается в 3 балла, которые выставляются вне зависимости от правильности выполнения первого этапа задания.

4. Условие. Метеор наблюдался на поверхности Земли в обширной области радиусом 1000 км, и в двух наиболее удаленных друг от друга точках этой области он имел блеск 0^m. Какова была максимальная звездная величина метеора, видимая с поверхности Земли? Длиной пути метеора, рельефом Земли, атмосферной рефракцией и поглощением света пренебречь. *(О.С. Угольников)*

4. Решение и система оценивания. См. задание 4 для 9 класса.

5. Условие. Мимо Солнца на небольшом расстоянии пролетела другая звезда с меньшей массой. В период максимального сближения гелиоцентрическое собственное движение звезды составило 1000″ в год, а длина волны линии Hα (6563 ангстрема) в ее спектре за один год увеличилась на 0.010 ангстрем. Найдите минимальное расстояние между Солнцем и звездой. *(О.С. Угольников)*

5. Решение. Судя по собственному движению, звезда пролетела достаточно близко к Солнечной системе. Увеличение длины волны спектральной линии связано с тем, что звезда сначала приближалась, а потом удалялась от нас. Так как смещение указано за один целый год, движение Земли в оба момента было одним и тем же и не могло повлиять на изменение длины волны. Рассмотрим моменты наибольшего сближения звезды и Солнца и через год после него в системе отсчета, связанной с Солнцем:



В момент наибольшего сближения звезда движется со скоростью v перпендикулярно направлению на Солнце, и лучевой гелиоцентрической скорости у нее нет. Через год звезда смещается на угол μ (1000″), и у нее появляется положительная лучевая скорость:

$$v_R = v \sin \mu.$$

Эта скорость вызывает смещение линий в ее спектре:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_R}{c} = \frac{v}{c} \sin \mu.$$

Отсюда мы определяем полную скорость звезды:

$$v = \frac{c}{\sin\mu}\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 95\ км/с.$$

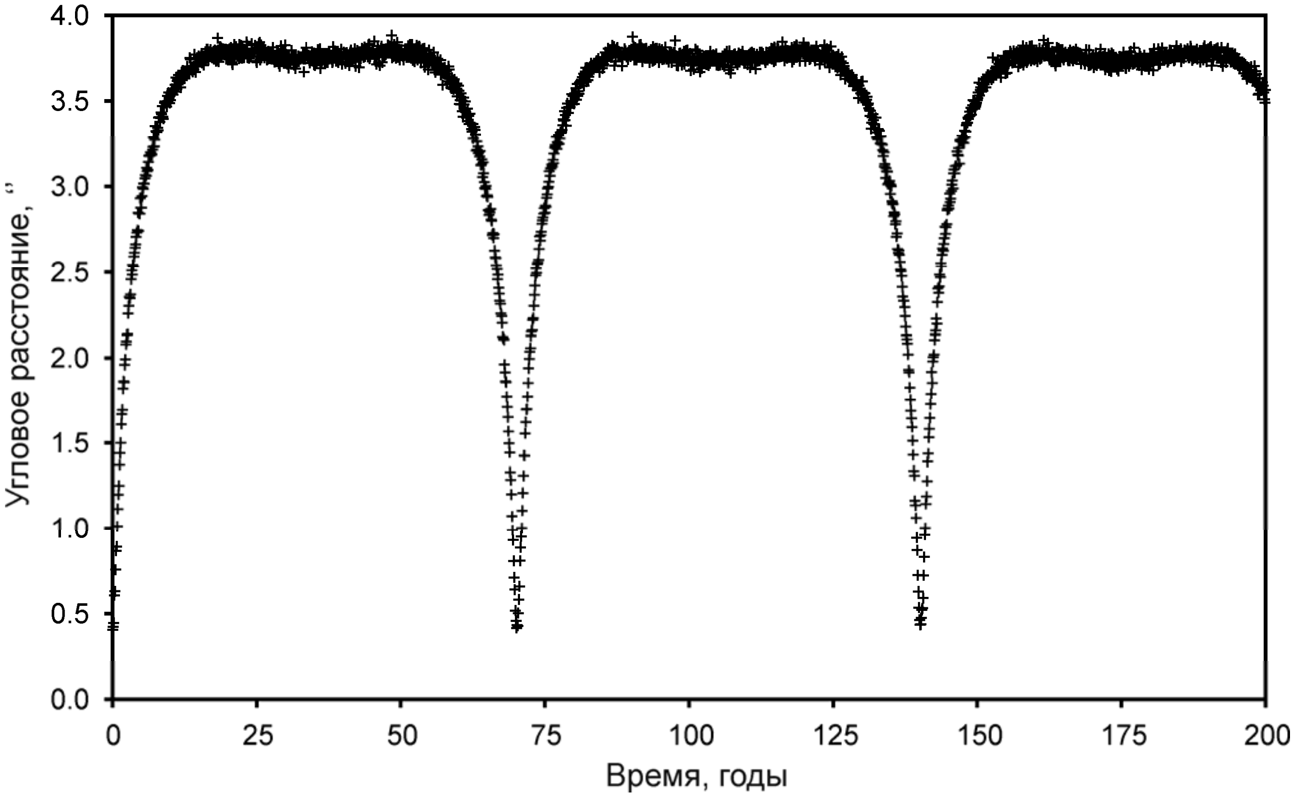
Теперь мы можем найти и минимальное расстояние до звезды:

$$L = \frac{vT}{\sin\mu} = \frac{cT}{\sin^2\mu}\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 4100\ а.е. \approx 0.02\ пк.$$

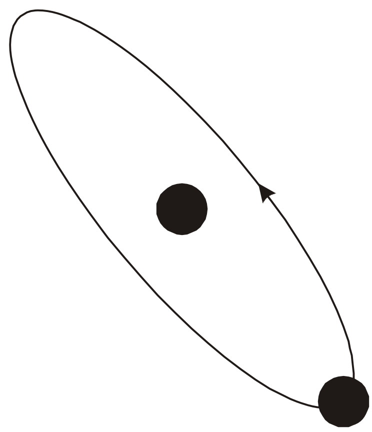
Здесь время T соответствует одному году.

5. Система оценивания. Первым этапом решения задания является запись выражения для скорости пролета звезды мимо Солнца либо ее вычисление. Этап оценивается в 4 балла при обязательном условии правильной интерпретации смещения спектральной линии. Без этого, даже при ответе, близком к правильному, этап не засчитывается. На втором этапе участники определяют минимальное расстояние до звезды, и это также оценивается в 4 балла.

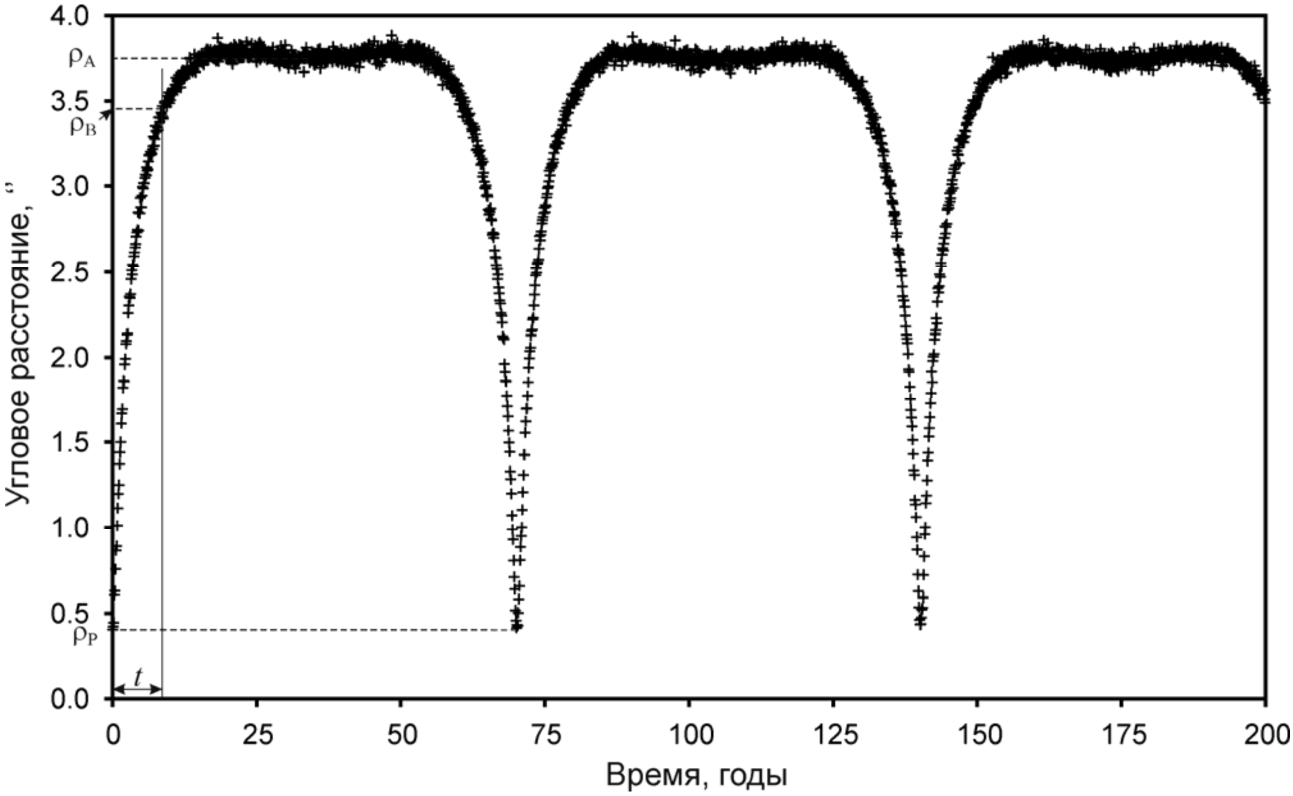
6. Условие. Двойная система состоит из одинаковых компонент, подобных Солнцу. На графике приведена зависимость углового расстояния между ними (в угловых секундах) в небе Земли от времени. Определите эксцентриситет орбиты, наклон плоскости орбиты к лучу зрения и расстояние до системы. *(О.С. Угольников)*



6. Решение. Зависимость углового расстояния между звездами характеризуется резкими минимумами, между которыми эта величина практически постоянна. Такая зависимость больше похожа на кривую блеска затменной переменной. Если же говорить об угловом расстоянии, то начать следует с вывода о том, что орбиты звезд в системе явно не круговые. Будем считать одну из звезд неподвижной, рассматривая движение второй звезды относительно первой. Очевидно, это не меняет форму орбиты. Будь эта орбита круговой, пусть даже и наклоненной к лучу зрения, в проекции на небесную сферу она представлялась бы эллипсом с центром, совпадающим с положением звезды, которую мы считаем неподвижной. В этом случае угловая зависимость имела два одинаковых максимума и два одинаковых минимума по ходу орбитального периода, что не соответствует условию.



Рассмотрим теперь случай эллиптических орбит. На картине мы видим острый минимум, а вся зависимость симметрична относительно этого минимума. Такое может быть, если этот минимум соответствует перицентру орбиты звезды. Отсюда мы сразу можем определить орбитальный период системы *T*, равный 70 годам.



В момент перицентра угловое расстояние между звездами составляет ρ_P=0.4″. В апоцентре звезда оказывается через половину периода, и тогда угловое расстояние равно ρ_A=3.75″. Неподвижная звезда, перицентр и апоцентр находятся в пространстве на одной прямой, поэтому вне зависимости от ориентации орбиты эти видимые расстояния относятся друг к другу так же, как и пространственные расстояния в перицентре и апоцентре. Отсюда мы получаем эксцентриситет орбиты:

$$e = \frac{\rho_A - \rho_P}{\rho_A + \rho_P} = 0.8.$$

Изобразим на рисунке орбиту звезды и ее проекцию на небесную сферу. Возьмем момент пересечения звездой малой оси эллипса. В этот момент расстояние от этой звезды до оси составляет

$$b = a\sqrt{1-e^2} = 0.6\,a.$$

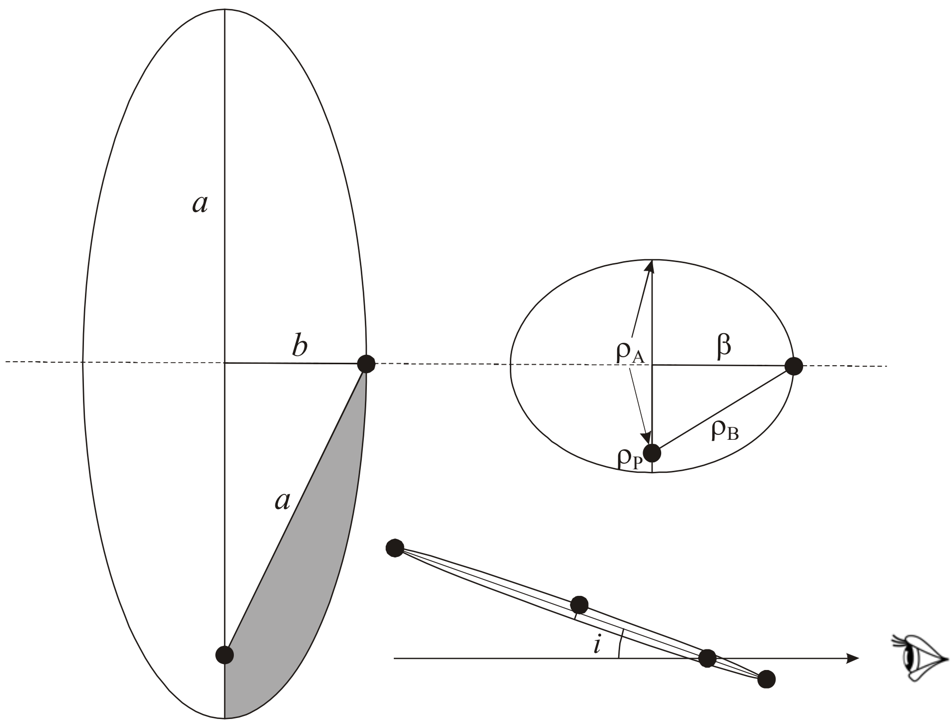
Рассчитаем, какую часть орбитального периода звезда затрачивает на путь от перицентра до указанного положения. В соответствии со II законом Кеплера, это есть отношение площади, проходимой радиус-вектором (заштрихованной на рисунке) к площади эллипса. Заштрихованную площадь можно найти как разность площадей четверти эллипса и треугольника. Итак, отношение времен есть

$$\frac{t}{T} = \frac{(\pi ab/4) - (aeb/2)}{\pi ab} = \frac{1}{4} - \frac{e}{2\pi} = 0.12; \quad t = 8.6\ \textit{лет}.$$

Тот же самый результат можно найти с помощью уравнения Кеплера:

$$E - \mathrm{e}\sin E = 2\pi t\,/\,T.$$

В данном случае эксцентрическая аномалия (угол с вершиной в центре эллипса, образованный направлениями на перицентр и тело) $E = \pi/2$, что приводит к тому же значению t.



По графику мы определяем угловое расстояние между звездами в этот момент ρ_B=3.45″. Из симметрии кривой из условия задания мы можем заключить, что линия узлов орбиты (линия ее пересечения с небесной сферой) также симметрична относительно линии апсид орбиты, то есть совпадает или перпендикулярна ей. Так как величина ρ_B лишь ненамного меньше максимального углового расстояния ρ_A, мы можем сделать вывод, что реализуется второй вариант, изображенный на рисунке справа. Мы можем определить видимые размеры малой полуоси эллипса:

$$\beta = \sqrt{\rho_B^2 - \left(\frac{\rho_A - \rho_P}{2}\right)^2} = 3.0''.$$

Если бы орбита лежала в картинной плоскости (на небесной сфере), то большая полуось эллипса составила бы

$$\alpha_0 = \frac{\beta}{\sqrt{1-e^2}} = 5.0''.$$

В действительности она равна $\alpha = (\rho_A + \rho_P)/2 = 2.1''$. Теперь мы можем найти угол наклона орбиты к лучу зрения:

$$i = \arcsin\frac{\alpha}{\alpha_0} = 25^O.$$

Нам остается найти расстояние до системы. Так как орбитальный период T равен 70 годам, а суммарная масса звезд M равна 2 массам Солнца, мы можем найти среднее расстояние между звездами из обобщенного III закона Кеплера в астрономических единицах:

$$A = (T^2M)^{1/3} = 21.4 \text{ а.е.}$$

Будь большая полуось перпендикулярна лучу зрения, мы бы видели ее под углом α_0, равным 5″. Таким образом, расстояние до системы в парсеках составляет

$$L = (21.4 / 5.0) = 4.3 \text{ пк.}$$

6. Система оценивания. Решение задания состоит из трех базовых этапов: вычисление эксцентриситета орбиты, наклона ее плоскости к лучу зрения и расстояния до системы. Первый из этих этапов выполняется независимо от остальных и оценивается в 2 балла. Допускаются значения от 0.77 до 0.83, вызванные ошибками измерений. Однако если в качестве апоцентрического расстояния соответствующее максимальному угловому расстоянию между звездами (3.8″), то за этап выставляется только 1 балл. При каких-либо других предположениях относительно расположения орбиты и неверных вычислениях эксцентриситета за этап выставляется 0 баллов.

Самый объемный и важный этап выполнения задания – вычисление угла наклона орбиты к лучу зрения, этап оценивается в 4 балла. Для его выполнения участники должны понять, что в картинной плоскости находится малая ось эллипса. При иных предположениях относительно расположения за весь этап выставляется 0 баллов. В то же время, сами вычисления можно делать разными способами, а не только описанным выше. В частности, можно определять не малую ось, а фокальный параметр эллипса в пространстве и на небе, хотя этот способ предусматривает более сложное вычисление доли орбитального периода между перицентром и данной точкой.

При выполнении этапа участник может спутать видимый размер малой оси (β) и угловое расстояние между звездами в этот момент (r_B). Такая ошибка приводит к снижению оценки за этап на 3 балла, но остальные этапы при условии их выполнения оцениваются полностью. Допустимая погрешность определения угла наклона составляет 5°. При его вычислении участник может спутать его с дополнением до 90°, величина составляет 65°. Если при этом будет правильно сказано, что вычислен угол между орбитой и картинной плоскостью – оценка не снижается, если этого объяснения нет – оценка снижается на 1 балл.

Третий этап заключается в определении расстояния до двойной звезды. Этот этап состоит из применения III закона Кеплера и сопоставлении видимого размера орбиты с ее видимым размером, каждый из шагов оценивается по 1 баллу. Первый шаг оценивается при любом выполнении первых двух этапов и определяется только правильностью применения III закона Кеплера. Второй шаг оценивается только при учете правильного расположения орбиты, определенного в первых двух этапах решения. Если участник не учитывает фактор массы M=2 в III законе Кеплера, третий этап (оба балла) не засчитывается.

11 класс

1. Условие. В некотором пункте **A** в день весеннего равноденствия Солнце в верхней кульминации располагалось вдвое выше, чем в пункте **B** также в верхней кульминации, а его заход длился в полтора раза меньше, чем в пункте **B**. Найти широты обоих пунктов. Рефракцией пренебречь. *(О.С. Угольников)*

1. Решение и система оценивания. См. задание 1 для 10 класса.

2. Условие. Началом «эры Водолея» иногда называют момент, когда точка весеннего равноденствия перейдет в созвездие Водолея. «Эра» наступит в 2597 году. В какой день в настоящее время Меркурий переходит из созвездия Водолея в созвездие Рыб, если он находится при этом в наибольшей западной элонгации и одновременно – в афелии своей орбиты? Орбиту Земли считать круговой, а орбиту Меркурия – лежащей в плоскости эклиптики. *(О.С. Угольников)*

2. Решение. Эра Водолея наступит через 578 лет. Этот промежуток времени есть (578/25800) = 0.0224 часть от полного периода прецессии. За это время точка весеннего равноденствия сдвинется по эклиптике на λ = (360° · 0.0224) = 8.1°. Эту величину можно также получить, умножив величину годичной прецессии (50.3″) на 578 лет. Таким образом, в настоящее время точка пересечения границы созвездий Водолея и Рыб и линии эклиптики отстоит на угол λ к западу от точки весеннего равноденствия.

Орбита Меркурия имеет большую полуось a=0.3871 а.е. и эксцентриситет e=0.2056. Из этого определим ее угловое расстояние от Солнца в момент наибольшей западной элонгации в афелии:

$$l = \arcsin(a(1+e)) = 27.8°.$$

Коль скоро элонгация западная, в указанный момент Солнце отстоит от точки весеннего равноденствия к востоку на угол $l - \lambda$ = 19.7°, то есть весеннее равноденствие уже произошло. Считая орбиту Земли круговой, получаем, что на преодоление такой дуги орбиты (или на преодоление Солнцем такой дуги видимого пути по эклиптике) потребуется время (19.7/360) T = 20 дней (здесь T – продолжительность земного года). Таким образом, наибольшая западная элонгация Меркурия на границе созвездий Водолея и Рыб может наступить через 20 дней после весеннего равноденствия, то есть 9-10 апреля. Очень похожая ситуация наступит в апреле 2019 года. Наибольшая западная элонгация Меркурия наступит 11 апреля вблизи границы созвездий Водолея и Рыб (саму границу планета пересечет чуть позже из-за наклона своей орбиты к эклиптике).

2. Система оценивания. Первым этапом решения задания является определение углового расстояния между точкой эклиптики на границе созвездий Водолея и Рыб и текущим положением точки весеннего равноденствия. Допустимая погрешность этой величины составляет 0.5°, этап оценивается в 2 балла. Далее участники олимпиады должны определить угловое расстояние между Солнцем и Меркурием в момент наибольшей элонгации в афелии либо взять его как известное. Допустимая погрешность также 0.5°, величины 27° и 28°, взятые как известные, также считаются правильными; этап оценивается еще в 2 балла. Если же эксцентриситет орбиты Меркурия не учитывается (и величина элонгации составляет 22°-

23°), данный этап не засчитывается, но дальнейшие этапы в случае их выполнения оцениваются полностью.

Последующие два этапа могут выполняться последовательно (вычисление углового расстояния между Солнцем и точкой весеннего равноденствия, затем определение даты), и в этом случае они оцениваются по 2 балла. Если при вычислении углового расстояния допускается ошибка (берется сумма углов, определенных ранее, вместо их разности, неправильно определяется направление относительно точки весеннего равноденствия), оба этапа не засчитываются, максимальная оценка за все задание составляет 4 балла. Участники могут определять дату прохождения Солнцем границы созвездий (12-13 марта), затем формулировать ответ. В этом случае также выставляется по 2 балла за этап. Точность ответа должна быть не хуже 1 дня.

3. Условие. Крупный неподвижный радиотелескоп установлен в центре обратного полушария Луны (селенографические координаты 180° долготы, 0° широты). Ось телескопа направлена в зенит, и телескоп может регистрировать объекты, удаленные от оси не более, чем на 2 градуса. Какая часть небесной сферы будет доступна наблюдениям с этим телескопом, если проводить наблюдения в течение 100 лет? При решении считать, что амплитуда либраций Луны по широте постоянна и равна 6°40′. *(О.С. Угольников)*

3. Решение и система оценивания. См. задание 3 для 10 класса.

4. Условие. Два транснептуновых объекта находятся на расстоянии 50 и 100 а.е. от Солнца, а их альбедо равно 77% и 8% соответственно. Инфракрасный телескоп, работающий на орбите вокруг Земли в узкой спектральной полосе на длине волны 100 мкм, зафиксировал одинаковую яркость обоих тел. Определите разность их звездных величин с Земли в оптическом диапазоне. *(Е.Н. Фадеев)*

4. Решение. Расстояние до обоих тел существенно больше астрономической единицы, и их видимую яркость из окрестностей Земли можно считать такой же, как и из окрестностей Солнца. Поток энергии от Солнца на расстоянии R равен $L/4\pi R^2$, где L – светимость Солнца. Тело с радиусом r задерживает эту энергию с площади πr^2 и отражает ее часть, определяемую сферическим альбедо A. Остальная энергия идет на нагрев тела и в конечном итоге высвечивается в инфракрасной области спектра. Отсюда мы можем записать выражение для температуры далекого тела:

$$4\pi\sigma r^2 T^4 = \frac{L\cdot\pi r^2(1-A)}{4\pi R^2};$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{L(1-A)}{16\pi\sigma R^2}}.$$

Подставляя численные значения, мы получаем, что температура обоих тел одинакова и равна 27K. Это указывает на схожесть инфракрасных спектров транснептуновых тел. Если при этом их инфракрасный поток в какой-либо полосе одинаков, значит и полная яркость в собственного излучения в инфракрасном диапазоне у обоих тел также одинакова. С учетом малости расстояния между Солнцем и Землей по сравнению с радиусами орбит каждого из двух тел эта величина равна

$$J_I = \frac{L\cdot\pi r^2(1-A)}{4\pi R^2}\cdot\frac{1}{4\pi R^2} = \frac{L\cdot r^2(1-A)}{16\pi R^4}.$$

Таким образом, для тел 1 и 2 справедливо:

$$\frac{r_1^2(1-A_1)}{R_1^4} = \frac{r_2^2(1-A_2)}{R_2^4}.$$

Учитывая равенство отношений $(1–A)/R^2$ у этих астероидов, полученное свойство означает равенство их видимых диаметров (r/R). Это естественно для теплового излучения объектов с одинаковой яркостью и одинаковой температурой. Перейдем теперь к отраженному излучению в видимом диапазоне. Его поток равен

$$J_{\text{O}} = \frac{L \cdot r^2 A}{16\pi R^4}.$$

Их отношение для двух тел с учетом полученных выше соотношений составит

$$\frac{J_{\text{O1}}}{J_{\text{O2}}} = \frac{r_1^2 A_1}{R_1^4} \cdot \frac{R_2^4}{r_2^2 A_2} = \frac{A_1}{R_1^2} \cdot \frac{R_2^2}{A_2} = \frac{A_1(1-A_2)}{A_2(1-A_1)}.$$

Соответствующая разность звездных величин есть

$$m_1 - m_2 = -2.5\lg\frac{A_1(1-A_2)}{A_2(1-A_1)} = -4.$$

Знак "–" означает, что первое тело в видимых лучах выглядит ярче второго. Мы получаем, что равные по инфракрасной яркости транснептуновые тела очень сильно различаются по яркости в оптическом диапазоне.

4. Система оценивания. Для решения задачи участники олимпиады должны установить, что температуры обоих тел и их полные инфракрасные яркости одинаковы. Этот вывод оценивается в 3 балла, соответственно, даже решение с правильным ответом без данного вывода не может быть оценено выше 5 баллов. Вычисление соотношения яркости двух тел в оптическом диапазоне (численно или в виде формулы) оценивается в 4 балла, применение формулы Погсона и запись ответа – в 1 балл.

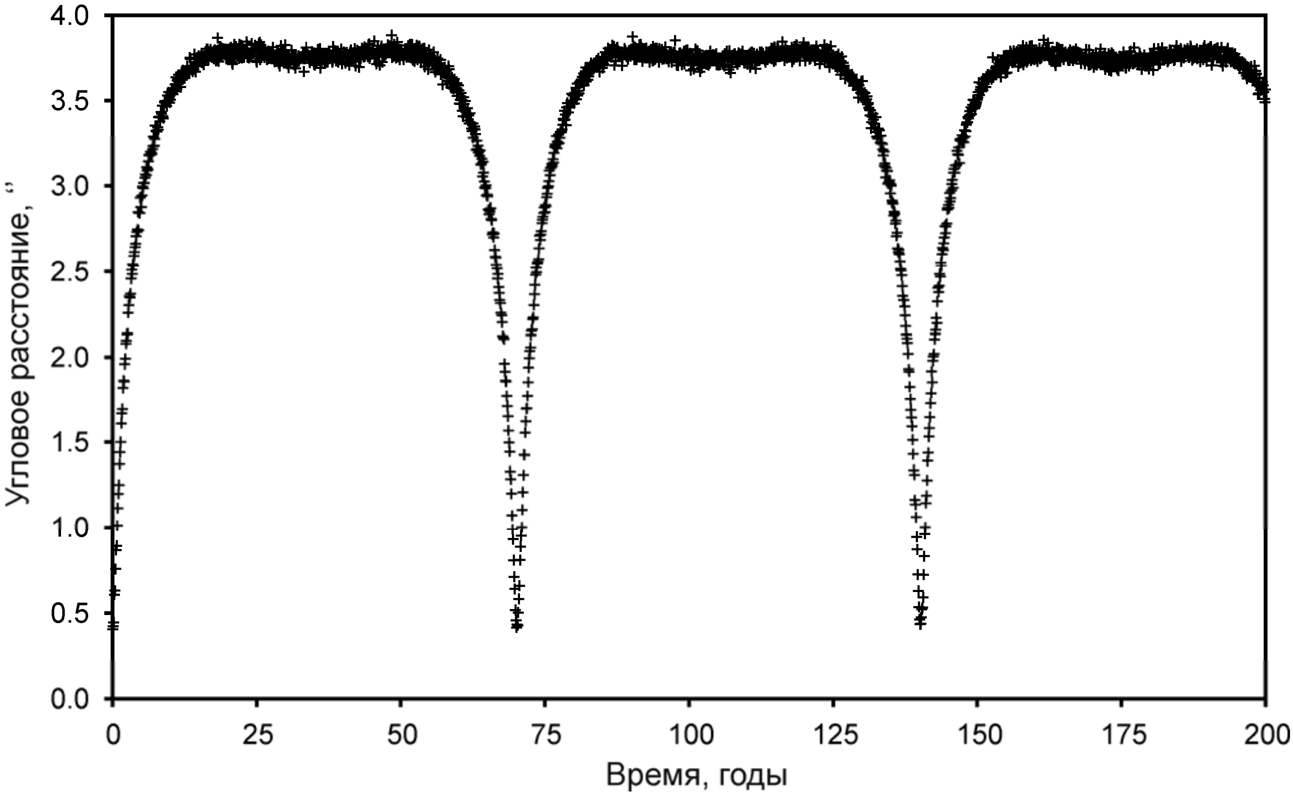
Среди вероятных ошибок участников олимпиады может быть указание, что яркость астероида пропорциональна A/R^4 с последующим получением разницы звездных величин в $–5.5^{\text{m}}$. В этом случае за решение выставляется 2 балла, еще 3 балла ставятся в том случае, если перед этим был проведен анализ температур и инфракрасных яркостей астероидов.

Участники могут допустить еще одну ошибку и считать, что яркость астероидов пропорциональна A/R^2, не учитывая разницу в их размерах. Хотя в этом случае получается ответ, численно равный правильному (компенсация ошибок, разница $–4^{\text{m}}$), за него выставляется 1 балл и еще 3 балла, если перед этим был проведен анализ температур, не использовавшийся далее. Наконец, если участники не учитывают альбедо и предполагают, что яркость определяется только расстоянием до объекта, за решение они получают 1 балл в случае ее пропорциональности $1/R^4$ и 0 баллов в случае иного варианта. Опять же, 3 балла выставляются за правильный анализ температур и полных инфракрасных яркостей.

5. Условие. Мимо Солнца на небольшом расстоянии пролетела другая звезда с меньшей массой. В период максимального сближения гелиоцентрическое собственное движение звезды составило 1000″ в год, а длина волны линии Hα (6563 ангстрема) в ее спектре за один год увеличилась на 0.010 ангстрем. Найдите минимальное расстояние между Солнцем и звездой. *(О.С. Угольников)*

5. Решение и система оценивания. См. задание 5 для 10 класса.

6. Условие. Двойная система состоит из одинаковых компонент, подобных Солнцу. На графике приведена зависимость углового расстояния между ними (в угловых секундах) в небе Земли от времени. Определите эксцентриситет орбиты, наклон плоскости орбиты к лучу зрения и расстояние до системы. *(О.С. Угольников)*



6. Решение и система оценивания. См. задание 6 для 10 класса.