

XXIII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Саранск, 2016 г.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР



9 класс



IX/X.1

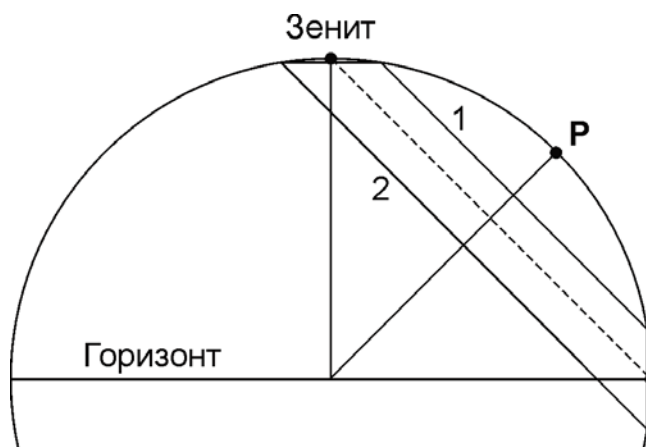
СИНХРОННЫЕ КУЛЬМИНАЦИИ

О.С. Угольников

? Верхние кульминации двух далеких звезд происходят одновременно, при этом звезды располагаются симметрично относительно зенита. Во время нижней кульминации эти звезды располагаются симметрично относительно горизонта. Определите широту места наблюдения. Атмосферную рефракцию не учитывать.

! Очевидно, что раз верхние кульминации двух далеких звезд происходят одновременно, то и нижние кульминации произойдут одновременно, через половину звездных суток. В нижней кульминации положения звезд симметричны относительно горизонта, следовательно, одна из звезд расположена выше него. Значит, верхняя кульминация этой звезды тоже будет над горизонтом, ровно как и верхняя кульминация другой звезды, расположенной симметрично относительно зенита, на той же высоте. Изобразим проекцию небесной сферы на плоскость небесного меридиана.

Суточные пути двух звезд в этой проекции будут выглядеть как параллельные линии. Проведем еще одну линию, параллельную этим двум и находящуюся посередине между ними (пунктирную). Она также будет суточной параллелью некоторого объекта неба, у которого верхняя кульминация произойдет в зените, а нижняя – на горизонте. Такое может быть на широте $\pm 45^\circ$. В этом можно убедиться также, взяв середину дуги меридиана между точками верхней и нижней кульминации любой из двух звезд. Эта точка **Р** – один из полюсов мира – будет расположена на высоте 45° .



IX/X.2

ВСТРЕЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Е.Н. Фадеев

? Два спутника вращаются по круговым экваториальным орбитам вокруг Земли. Известно, что спутник 1 имеет радиус орбиты 18650 км (10 класс: горизонтальный параллакс 20°) и обратное движение (противоположно осевому вращению Земли), а спутник 2 – радиус орбиты 36700 км (10 класс: горизонтальный параллакс 10°) и прямое движение. Для наблюдателя на экваторе в некоторый момент времени спутники находятся в западной полушфере. Высота первого спутника 30° , высота второго спутника 60° . Какой из спутников раньше попадет в зенит и через какой промежуток времени? Атмосферной рефракцией пренебречь.

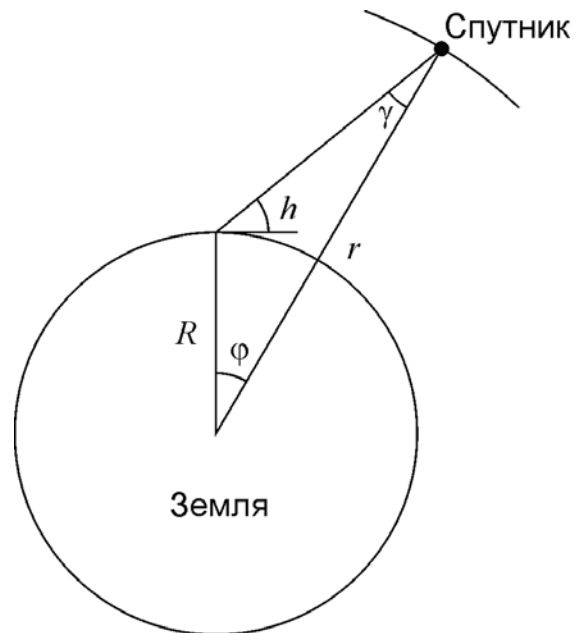
! Угловую скорость вращения спутника можно определить из III закона Кеплера:

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}},$$

где M – масса Земли, r – радиус орбиты спутника. Если задан горизонтальный параллакс спутника p , то радиус и угловую скорость можно определить по формулам:

$$r = \frac{R}{\sin p}; \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3} \sin^3 p}.$$

Для двух спутников, заданных в условии задачи, мы получаем $\omega_1 = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1} \sim 51.5^\circ/\text{ч}$ и $\omega_2 = 9.0 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \sim 18.5^\circ/\text{ч}$. Зная высоту спутника над горизонтом (h), можно вычислить его геоцентрическое зенитное расстояние (см. рисунок):



$$\sin \gamma = \frac{R}{r} \cos h;$$

$$\varphi = 180^\circ - \gamma - (90^\circ + h) = 90^\circ - \arcsin\left(\frac{R}{r} \cos h\right) - h = 90^\circ - \arcsin(\sin p \cos h) - h.$$

Получаем, что в системе координат, связанной с центром Земли, в начальный момент времени первый спутник отстоял от зенита на угол $\varphi_{01} = 43^\circ$, а второй – на угол $\varphi_{02} = 25^\circ$. Угловая скорость вращения Земли равна

$$\omega_0 = \frac{360^\circ}{T} = 15^\circ/\text{ч}.$$

Здесь T – продолжительность звездных суток. Очевидно, параллактическое смещение спутника не влияет на момент прохождения зенита, и мы можем далее ре-

шать задачу в геоцентрической системе. Тогда первый спутник движется относительно звезд к западу со скоростью ω_1 . При этом зенит наблюдателя движется относительно звезд в противоположном направлении со скоростью ω_0 . Значит, для того, чтобы попасть в зенит, спутнику необходимо зайти за горизонт на западе, а затем взойти на востоке. Для этого необходимо пройти угол $\varphi_1 = 360^\circ - \varphi_{01} = 317^\circ$. Спутник достигнет зенита через время

$$t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega_1 + \omega_0} = 4.8 \text{ ч.}$$

Второй спутник со скоростью ω_2 движется прямым движением в восточном направлении, и в том же направлении со скоростью ω_0 движется зенит наблюдателя. Поскольку $\omega_2 > \omega_0$, спутник будет медленно перемещаться по небу в восточном направлении. Чтобы попасть в зенит, спутнику надо преодолеть угловое расстояние $\varphi_2 = \varphi_{02} = 25^\circ$. На это потребуется время

$$t_2 = \frac{\varphi_2}{\omega_2 - \omega_0} = 7.2 \text{ ч.}$$

Итого, первый спутник достигнет зенита раньше. Произойдет это через 4.8 ч.

IX.3

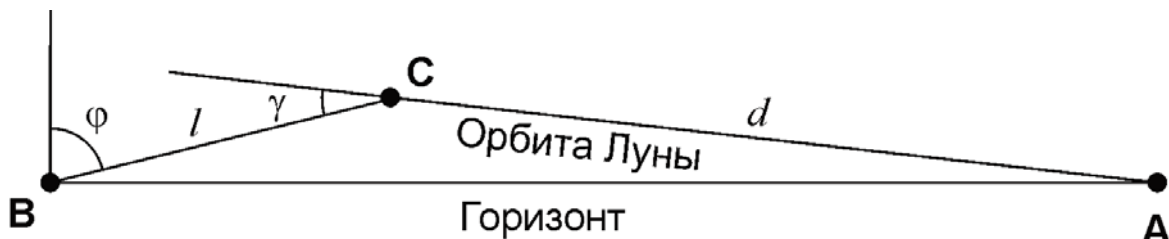
ОПЕРЕЖАЮЩИЙ ВОСХОД

О.С. Угольников

? В некотором пункте Земли центр диска Луны взошел на 20 минут раньше по местному (среднему солнечному) времени, чем в предыдущие сутки, находясь в созвездии Рыб. Определите возможные значения широты этого пункта. Атмосферной рефракцией, суточным параллаксом Луны и эксцентриситетом ее орбиты пренебречь.

! Как известно, Луна движется по своей орбите с запада на восток и при наблюдении с большей части поверхности Земли каждый день восходит позже, чем накануне. Ситуация, описанная в условии задачи, может наступить только в приполярных районах нашей планеты, где продолжительность видимости Луны может резко изменяться даже за одни сутки. Так как Луна находится в созвездии Рыб и движется среди звезд на северо-восток, мы можем сделать вывод, что картина наблюдалась в северных полярных широтах. Чтобы решить задачу, изобразим положение Луны вблизи двух последовательных восходов (на обороте).

В первый день Луна появилась на горизонте в точке А. Через звездные сутки, когда орбита Луны заняла то же положение на небе, Луна уже находилась над горизонтом в точке С. Так как звездные сутки на 4 минуты короче солнечных, получаем, что с момента восхода Луны на второй день (точка В) прошло 16 минут. Пренебрегая орбитальным движением Луны за это время, получаем, что в ходе своего суточного движения (скорость 15° в час) Луна прошла путь l , равный 4° . Линия, по которой проходило это движение (ВС), параллельна небесному экватору и достаточно близка к нему, так как Луна находится в созвездии Рыб.



Орбитальное перемещение Луны происходило вдоль линии **АС** (суточным параллаксом Луны мы пренебрегаем). Эта линия образует с небесным экватором (и линией **ВС**) угол γ , который вблизи точки весеннего равноденствия может принимать значения от $\varepsilon - i$ до $\varepsilon + i$, где ε – угол наклона экватора к эклиптике (23.45°), а i – угол наклона орбиты Луны к эклиптике (5.15°). Численно это соответствует интервалу от 18.3° до 28.6° . Сама линия **ВС** вблизи точки востока образует угол φ (широта места) с вертикалью. Величина суточного перемещения Луны по круговой орбите d равна $(360^\circ / T) = 13.2^\circ$ (здесь T – сидерический период обращения Луны). В треугольнике на рисунке угол **ВАС** равен

$$\text{ВАС} = 180^\circ - (90^\circ - \varphi) - (180^\circ - \gamma) = \varphi + \gamma - 90^\circ.$$

Из теоремы синусов имеем

$$\frac{d}{\sin(90^\circ - \varphi)} = \frac{l}{\sin(\varphi + \gamma - 90^\circ)};$$

$$\frac{d}{\cos \varphi} = \frac{l}{-\cos(\varphi + \gamma)} = \frac{l}{\sin \gamma \sin \varphi - \cos \gamma \cos \varphi}.$$

Отсюда

$$\sin \gamma \sin \varphi - (\cos \gamma + (l/d)) \cos \varphi = 0.$$

В итоге,

$$\varphi = \arctan \frac{\cos \gamma + (l/d)}{\sin \gamma}.$$

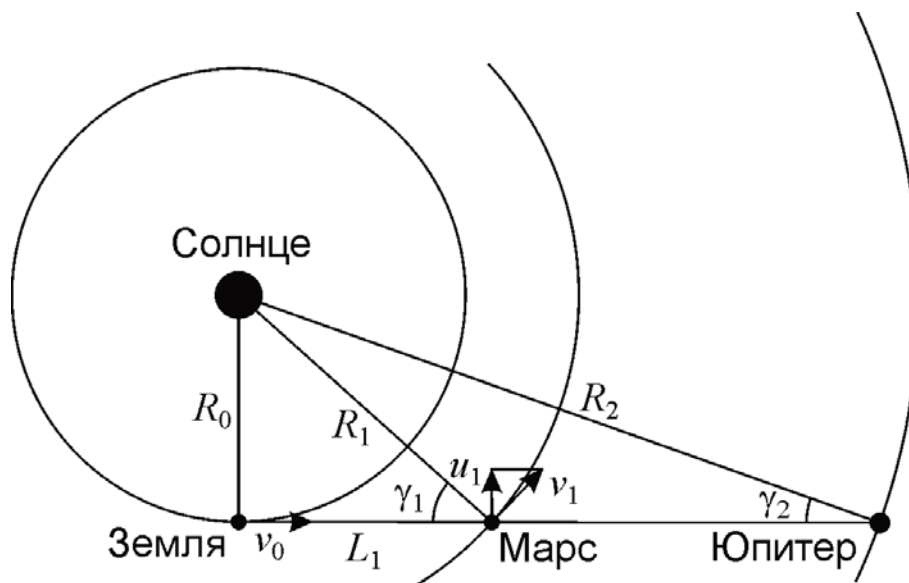
Подставляя границы интервала возможных значений угла γ , получаем интервал широт: от $+68^\circ$ до $+76^\circ$. Отметим, что минимальное значение угла γ соответствует максимальной широте и наоборот.

IX.4

МАРС НА ДИСКЕ ЮПИТЕРА

О.С. Угольников

? Предположим, Вы стали свидетелем редчайшего явления для Земли: Марс, находясь в точке западной квадратуры, прошел по диаметру диска Юпитера. Сколько времени будет длиться это явление (вместе с частными фазами) в одном пункте нашей планеты? Эксцентриситетом и наклоном орбит планет к плоскости эклиптики, движением наблюдателя за счет осевого вращения Земли пренебречь.



Изобразим положение Земли, Марса и Юпитера в момент явления. Обе планеты находятся в западной квадратуре, Земля при наблюдении с каждой из них оказывается в наибольшей восточной элонгации. Нам нужно определить угловую скорость Марса и Юпитера в небе Земли. Собственная скорость Земли v_0 направлена вдоль прямой, соединяющей ее с планетами, и на их угловую скорость не влияет. Скорость Марса v_1 имеет составляющую u_1 , перпендикулярную направлению на Землю. Угловая скорость Марса равна

$$\omega_1 = \frac{u_1}{L_1} = \frac{v_1 \cos \gamma_1}{R_1 \cos \gamma_1} = \frac{v_1}{R_1}.$$

Мы получили, что угловая скорость движения Марса по небу в момент квадратуры равна угловой скорости его движения по орбите. К этому выводу можно было прийти другим путем: Земля должна двигаться с той же угловой скоростью в небе Марса. Коль скоро она находится в наибольшей элонгации, ее угловая скорость равна угловой скорости Солнца. Она, в свою очередь, равна угловой скорости движения Марса по орбите. Аналогичные выводы мы можем сделать для угловой скорости Юпитера в небе Земли ω_2 . Из III закона Кеплера имеем:

$$\omega_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{R_{1,2}} = \omega_0 \left(\frac{R_0}{R_{1,2}} \right)^{3/2}.$$

Здесь ω_0 – угловая скорость движения Земли по орбите ($0.986^\circ/\text{сутки}$). В момент прохождения Марс движется по небу относительно Юпитера с угловой скоростью $(\omega_1 - \omega_2)$ и должен пройти дугу, равную сумме угловых диаметров планет $(\delta_1 + \delta_2)$. В случае Юпитера нас интересует экваториальный диаметр, так как экватор Юпитера практически параллелен плоскости его орбиты. Продолжительность явления составит



$$T = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{\frac{d_1}{\sqrt{R_1^2 - R_0^2}} + \frac{d_2}{\sqrt{R_2^2 - R_0^2}}}{\omega_0 \left(\left(\frac{R_0}{R_1} \right)^{3/2} - \left(\frac{R_0}{R_2} \right)^{3/2} \right)} = \frac{(d_1 / R_0)(a_1^2 - 1)^{-1/2} + (d_2 / R_0)(a_2^2 - 1)^{-1/2}}{\omega_0 (a_1^{-3/2} - a_2^{-3/2})}.$$

Здесь a_1 и a_2 – радиусы орбит Марса и Юпитера в астрономических единицах. Подставляя численные значения, получаем 41 минуту.

IX.5 ВИЗИТ КОМЕТЫ

М.И. Волобуева

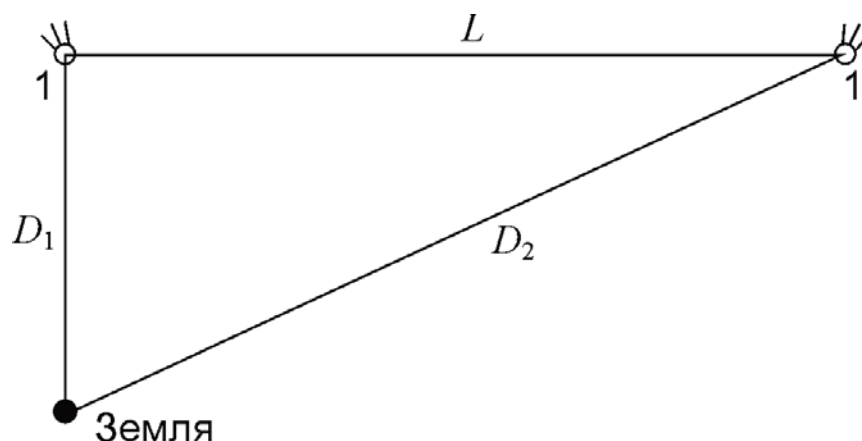
? 17 января 2016 года комета C/2013 US10 (Каталина) приблизилась к Земле на минимальное расстояние. При этом ее горизонтальный параллакс составил $12.0''$. 18 марта того же года параллакс кометы был равен $4.0''$. С какой средней пространственной скоростью относительно Земли двигалась комета за этот период?

! Находим расстояния от Земли до кометы в указанные моменты времени:

$$D_{1,2} = R / \sin p_{1,2}$$

Здесь R – радиус Земли, $p_{1,2}$ – параллаксы кометы в оба момента времени. Учитывая малость углов параллакса, их синусы можно заменить значениями самих углов в радианах. Мы получаем расстояние 0.73 а.е. для 17 января и 2.20 а.е. для 18 марта. Промежуток времени T между этими моментами составляет 61 день. Так как нас интересует средняя скорость движения кометы относительно Земли, а указанный промежуток времени существенно меньше одного года, будем считать путь кометы прямой линией. Учтем, что 17 января комета приблизилась к Земле на минимальное расстояние, то есть ее геоцентрическая траектория была перпендикулярна направлению на Землю. Средняя геоцентрическая скорость кометы равна

$$v = \frac{L}{T} = \frac{\sqrt{D_2^2 - D_1^2}}{T} = 59 \text{ км/с.}$$



IX.6**ЗВЕЗДНЫЕ ВОЙНЫ**

М.И. Волобуева

? Желая внушить страх сторонникам Сопротивления, Новый Орден, преемник Галактической Империи, с помощью базы «Старкиллер» уничтожил планетную систему Хосниан, в которой располагалась столица Новой Республики Хосниан-Прайм. Получившаяся вспышка была настолько яркой, что была видна на планетах других систем даже днем. Например, на Токадане взрыв самой маленькой из планет выглядел как вспышка с блеском -8^m . Найдите суммарную видимую звездную величину вспышки на Токадане, если известно, что в системе Хосниан было четыре планеты с одинаковыми плотностями, а их радиусы соотносились как 1:2:3:4. Считать, что мощность взрыва пропорциональна массе планеты, а его длительность на всех планетах одинакова.

! Плотности планет равны, значит отношение масс планет равно отношению кубов их радиусов. Мощность взрыва самой маленькой из планет меньше суммарной мощности взрыва всей системы в

$$(1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)/1^3 = 100 \text{ раз.}$$

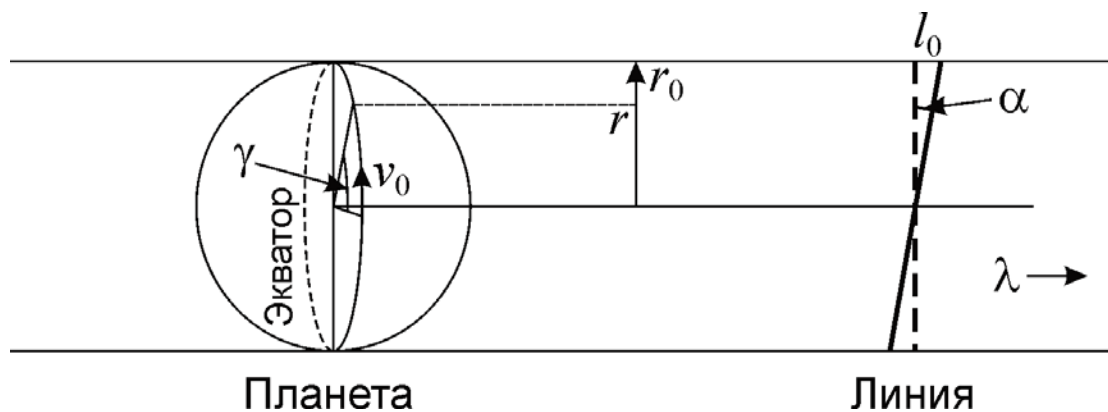
Так как расстояния между взорвавшимися планетами гораздо меньше расстояния до других планетных систем, то можно считать, что все планеты находятся на одинаковом расстоянии от Токадана, и суммарная вспышка будет там также в 100 раз ярче, чем взрыв наименьшей из планет. Разница в блеске в 100 раз соответствует пяти звездным величинам. В итоге получаем:

$$m = -8^m - 5^m = -13^m.$$

**10 класс****X/XI.3****НАКЛОННАЯ ЛИНИЯ**

О.С. Угольников

? С помощью системы из телескопа и спектрографа с фокусным расстоянием 5 м и разрешением (масштабом) $10 \text{ \AA}/\text{мм}$ получен спектр некоторой планеты. Наблюдатель находится в плоскости экватора планеты, щель спектрографа ориентирована вдоль этой же плоскости. Атмосферные линии в спектре планеты оказались наклоненными на угол 5° по отношению к линиям лабораторного источника света. Найдите расстояние до планеты, если ее период обращения вокруг своей оси равен 10 часам. Наблюдения проводятся в спектральной области около длины волны 5500 \AA .



Разрешение спектрографа ρ есть отношение разности длин волн двух соседних спектральных линий к расстоянию между этими линиями в наблюдаемом спектре. Для прибора, описанного в условии задачи, эта величина составляет:

$$\rho = \frac{\Delta\lambda}{\Delta l} = 10^{-6}.$$

Спектральная линия, которая наблюдается с этим прибором, есть изображение щели спектрографа в данной длине волны, в которой объект темнее (для линии поглощения) или светлее (для линии излучения), чем в окружающей спектральной области. По условию задачи, щель спектрографа параллельна экватору планеты.

Пусть планета создает в фокальной плоскости прибора изображение с экваториальным радиусом r_0 . Тогда за счет вращения планеты вид спектральной линии будет искажен, но она останется прямой. Это легко показать: возьмем точку экватора с долготой γ относительно меридиана, повернутого к Земле. При наблюдении с Земли она будет отстоять от центра диска на угловое расстояние

$$r = r_0 \sin \gamma,$$

а ее лучевая скорость будет равна

$$v = v_0 \sin \gamma = v_0 \frac{r}{r_0}.$$

Смещение соответствующего участка спектральной линии составит

$$\Delta l = \frac{\Delta\lambda}{\rho} = \frac{v\lambda}{c\rho} = \frac{v_0\lambda}{c\rho} \cdot \frac{r}{r_0} = \alpha \cdot r.$$

Здесь c – скорость света, λ – длина волны спектрального диапазона, в котором проводятся наблюдения. Линия остается прямой, но наклоняется на угол α , выраженный в последней формуле в радианах (мы учитываем, что этот угол невелик). Теперь мы можем выразить величину линейной скорости на экваторе планеты:

$$v_0 = \frac{c\rho r_0\alpha}{\lambda} = \frac{2\pi R}{T}.$$

Здесь R – пространственный экваториальный радиус планеты, а T – период ее осевого вращения. Видимый радиус планеты b равен r_0/F , где F – эффективное фокусное расстояние оптической системы. Расстояние до планеты равно

$$D = \frac{R}{b} = \frac{R}{r_0/F} = \frac{RF}{r_0} = \frac{v_0 T}{2\pi} \cdot F \cdot \frac{c \rho \alpha}{v_0 \lambda} = \frac{FTc\rho\alpha}{2\pi\lambda}.$$

Подставляя численные данные, получаем расстояние в 1.35 млрд км или 9 а.е.

X/XI.4 ЦЕПОЧКА НА ОРБИТЕ

О.С. Угольников

? На одну и ту же околосолнечную орбиту с небольшим эксцентриситетом e было запущено 10000 одинаковых спутников – больших гладких металлических шаров, с интервалом $1/10000$ орбитального периода T . С одного спутника ведутся измерения видимой звездной величины соседнего спутника. С каким периодом и какой амплитудой (разницей максимума и минимума) будет меняться эта звездная величина? Гравитационное взаимодействие шаров друг с другом и с планетами не учитывать.

! Количество шаров достаточно велико, и участок орбиты между двумя соседними шарами можно считать прямой линией. Расстояние между шарами равно $d=vt$, где v – скорость шаров (которую можно считать одинаковой), а t – временной интервал между моментами запуска соседних спутников (или интервал между моментами прохождения ими какой-то фиксированной точки орбиты). Это время равно $T/10000$. Для расстояния от Солнца r скорость равна

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right).$$

Металлические шары отражают свет равномерно во все стороны. В этом случае яркость одного шара при наблюдении с соседнего шара будет обратно пропорциональна квадрату их расстояния от Солнца и квадрату расстояния между ними:

$$J = \frac{\text{const}}{d^2 r^2} = \frac{\text{const}}{v^2 r^2} = \frac{\text{const}}{GM r^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \frac{\text{const}}{2x - x^2}; \quad x = \frac{r}{a}.$$

Величина x изменяется от $(1-e)$ до $(1+e)$. Можно сделать вывод, что вблизи перигелия и афелия яркость соседнего спутника будет одинаковой: меньшее расстояние от Солнца будет компенсировано большим расстоянием между соседними спутниками и наоборот. Данный вывод можно получить и из II закона Кеплера. Между перигелием и афелием яркость будет уменьшаться. Так как эксцентриситет орбит небольшой, минимум будет достигаться примерно посередине между этими точками. Период изменения видимой яркости соседнего спутника составит $T/2$. Чтобы определить амплитуду, запишем выражение для звездной величины соседнего спутника:

$$m = \text{const} - 2.5 \lg J = m_0 + 2.5 \lg(2x - x^2) = m_0 + 2.5 \lg(1 - (x - 1)^2).$$

В перигелии ($x = 1 - e$) величина в скобках равна $(1 - e^2)$, такой же она будет и в афелии ($x = 1 + e$). Когда расстояние сравнивается со средним ($x = 1$), величина в скобках будет равна единице. В итоге, разность звездных величин будет равна

$$\Delta m = 2.5 \lg(1 - e^2) \approx 2.5 e^2 / \ln 10 = 1.08 e^2.$$

Последние два равенства справедливы, если эксцентриситет орбит существенно меньше единицы.

X.5

ПОХОЖИЕ, НО РАЗНЫЕ ЗВЕЗДЫ

О.С. Угольников

? Две звезды имеют в небе Земли одинаковую звездную величину в полосе V, а в полосе B первая звезда ярче второй. У какой из этих двух звезд больше угловой диаметр? Межзвездным поглощением света пренебречь.

! По условию задачи, межзвездное поглощение для этих звезд несущественно и не сказывается на их цветовых характеристиках. Поэтому цвет звезд определяется только их эффективной температурой. В полосе V (желто-зеленой) видимый блеск звезд одинаков, а в полосе B (синей) первая звезда ярче второй. Следовательно, максимум излучения в спектре первой звезды приходится на меньшую длину волны, и температура первой звезды больше.

В отсутствие межзвездного поглощения видимая яркость звезды пропорциональна $R^2 f(T)/D^2$, где R и T – радиус и температура звезды, D – расстояние до нее. Функция температуры $f(T)$ является возрастающей для любого спектрального интервала (для интегральной светимости эта функция есть четвертая степень температуры T^4). В полосе V яркости звезд одинаковы, следовательно, у второй звезды больше отношение R/D , то есть больше угловой радиус и диаметр.

X.6

СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ

Е.Н. Фадеев

? Определите радиус кружка сферической aberrации в фокусе сферического зеркала с диаметром d и фокусным расстоянием f , если далекий точечный источник света расположен на оптической оси зеркала. Фокус зеркального объектива находится посередине между центром кривизны и поверхностью зеркала. Если фокусное расстояние равно 1 м, то какого диаметра может быть зеркало, чтобы кружок сферической aberrации был меньше, чем дифракционный кружок на длине волны 550 нм?

Теоретический тур - 10 класс

Рассмотрим луч, идущий вдоль оптической оси на расстоянии h от нее. Этот луч, отразившись от зеркала, пересечет оптическую ось на расстоянии x от центра кривизны. Пусть угол отражения равен α . Тогда

$$\sin \alpha = \frac{h}{2f}.$$

Обратим внимание, что угол между оптической осью зеркала и радиусом в точке касания также равен α . Воспользуемся теоремой синусов:

$$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{2f}{\sin(\pi - 2\alpha)}; \quad x = 2f \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{f}{\cos \alpha} = f \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}.$$

Из этой формулы видно, что, чем дальше от оптической оси шел луч до отражения, тем дальше от фокуса он пересечет оптическую ось после отражения и, очевидно, тем дальше от оптической оси попадет на фокальную плоскость. Расстояние от точки пересечения оптической оси до фокуса составит

$$\delta = x - f = f \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} - 1 \right) \approx f \frac{\sin^2 \alpha}{2}.$$

Полученная величина называется продольной сферической aberrацией. Продолжая свой путь, луч пересечет фокальную плоскость на расстоянии y от оптической оси. Поскольку δ и y – стороны прямоугольного треугольника,

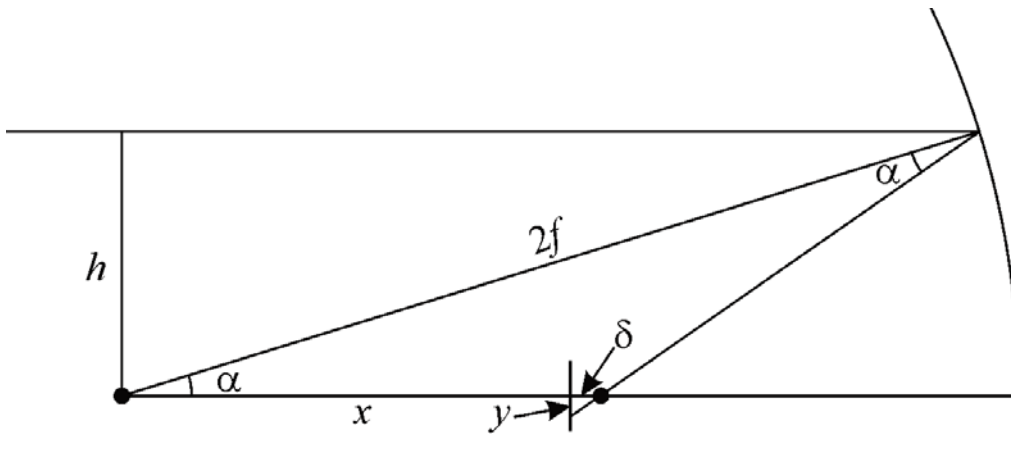
$$y = \delta \cdot \operatorname{tg} 2\alpha = f \frac{\sin^2 \alpha}{2} \cdot \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha} = f \frac{\sin^3 \alpha \cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha}.$$

Учтем, что угол α мал:

$$y = f \sin^3 \alpha = \frac{h^3}{8f^2}.$$

Самое большое отклонение претерпит луч, попадающий на край зеркала, т.е. при $h = d/2$:

$$y_0 = f \sin^3 \alpha = \frac{d^3}{64f^2}.$$



Эта величина, являющаяся радиусом кружка рассеяния, называется поперечной сферической аберрацией.

В то же время, точечный источник из-за дифракции будет виден в виде кружка (кружка Эйри) с угловым радиусом $\varphi = 1.22 \lambda/d$. Таким образом, в фокальной плоскости получится кружок размером

$$r_d = f\varphi = 1.22 \frac{f\lambda}{d}.$$

Чтобы кружок сферической аберрации был меньше дифракционного, должно выполняться условие:

$$1.22 \frac{f\lambda}{d} > \frac{d^3}{64f^2}.$$

Отсюда имеем:

$$d < (1.22 \cdot 64 \cdot f^3 \cdot \lambda)^{1/4}.$$

Для фокусного расстояния 1 м и длины волны 550 нм диаметр объектива должен быть не более 8 см.



XI.1

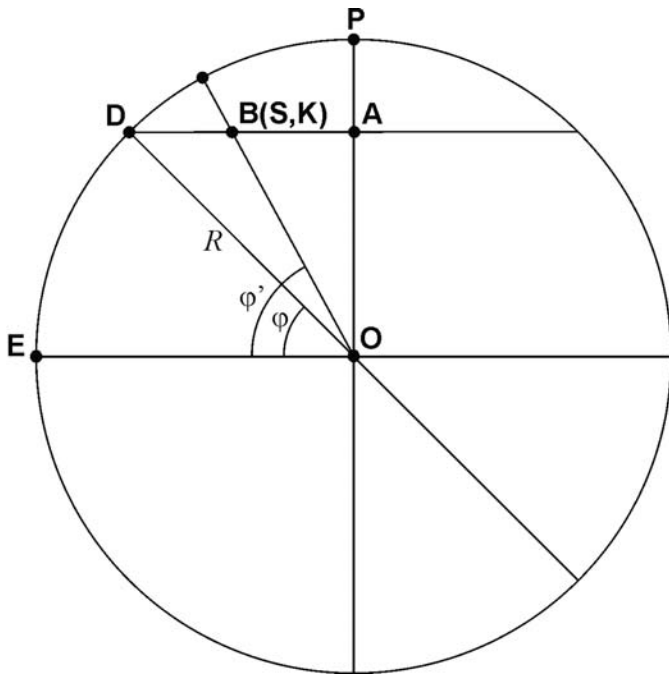
ТРАНСРОССИЙСКИЙ ПЕРЕЛЕТ

Е.Н. Фадеев

? Самолет вылетел из Симферополя в 03^ч45^м местного (среднего солнечного) времени в день летнего солнцестояния и направился с постоянной скоростью кратчайшим путем в Курильск, куда прибыл в 20^ч15^м местного времени того же дня. На какой высоте над горизонтом пассажиры могли видеть Солнце в середине полета, если он происходил на высоте 10 км? Широта и долгота Симферополя равны 45° с.ш., 34° в.д.; Курильска – 45° с.ш., 148° в.д. Атмосферной рефракцией и уравнением времени пренебречь. Считать Землю шаром.

! Симферополь и Курильск находятся на одной параллели. Однако кратчайшим расстоянием на сфере будет дуга большого круга, а не дуга параллели. Поскольку события разворачиваются в северном полушарии, после вылета самолет начнет отклоняться к северу от той параллели, с которой он стартовал и максимально приблизится к северному полюсу в середине полета. Поскольку разность долгот Курильска и Симферополя $\Delta\lambda = 114^\circ$, то в середине полета самолет будет иметь долготу 91° в.д.

Изобразим проекцию земного шара на плоскость меридиана 91° в.д. Обратим внимание, что вследствие равенства широт Симферополя и Курильска траектория самолета будет симметричной относительно данного меридиана и перпенди-



кулярной ему. В настоящей проекции траектория будет выглядеть как короткий отрезок прямой, проходящей через центр окружности O . Проекция Симферополя и Курильска на плоскость рисунка попадут в одну и ту же точку B . Она будет отстоять от горизонтальной линии на то же расстояние, что и точка D , имеющая ту же широту φ (45° с.ш.) и долготу 91° в.д.

Обозначим радиус земного шара как R . Тогда длина отрезка AO равна $R \sin \varphi$, а длина отрезка DA – $R \cos \varphi$. Изобразим теперь плоскость параллели 45° (рисунок внизу). Еще раз укажем, что полет самолета происходит

не в этой плоскости, его проекция показана пунктирной линией. Мы видим, что длина отрезка AB равна $R \cos \varphi \cos(\Delta\lambda/2)$. Возвращаясь к треугольнику ABO на первом рисунке, мы можем записать:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{AO}{AB} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi \cos(\Delta\lambda/2)} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos(\Delta\lambda/2)}.$$

Отсюда мы получаем значение широты $\varphi' = +61.5^\circ$. Самолет в середине полета находился на 16.5° севернее точек взлета и посадки.

Мы можем обратить внимание, что взлет самолета произошел за $8^h 15^m$ до местного полудня в Симферополе, а сел он через $8^h 15^m$ после местного полудня в Курильске. Можно сразу догадаться, что самолет пересек полуденную линию в середине своего полета. Действительно, можно определить Всемирное время взлета и посадки самолета:

$$\begin{aligned} UT_1 &= T_1 - \lambda_1 = 01^h 29^m; \\ UT_2 &= T_2 - \lambda_2 = 10^h 23^m. \end{aligned}$$

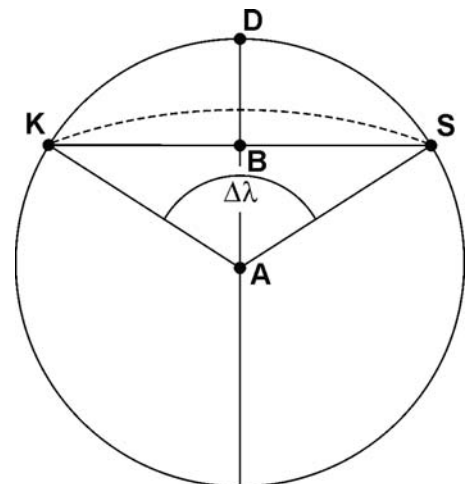
Здесь T_1 и T_2 – моменты вылета и посадки по местному времени. Середина полета приходится на $05^h 56^m$ по Всемирному времени. На долготу 91° в.д. ($06^h 04^m$) местное время составит ровно 12 часов. Полуденная высота Солнца в день летнего солнцестояния там будет равна

$$h = 90^\circ - \varphi + \varepsilon = 52^\circ.$$

Можно также учесть, что самолет летит на высоте $H = 10$ км, что приводит к понижению видимого горизонта на угол

$$\Delta h = \arccos \frac{R}{R+H} = 3^\circ.$$

Тогда высота Солнца над видимым горизонтом увеличится до 55° .



XI.2

ЭРА АЛЬДЕБАРАНА

О.С. Угольников

? В феврале 2015 года на Земле началась серия ежемесячных покрытий звезды Альдебаран (α Тельца) Луной. Каждое покрытие видно из разных областей Земли. Эклиптическая широта Альдебарана составляет -5.47° . Определите, до какого времени будет продолжаться эта серия. Орбиту Луны считать круговой.

! Модуль эклиптической широты Альдебарана немного превосходит величину наклона орбиты Луны к плоскости эклиптики i_0 (5.15°). Тем не менее, за счет угловых размеров Луны и ее суточного параллакса покрытия происходят в течение значительного периода времени, когда южная часть орбиты Луны (относительно эклиптики) располагается в том же направлении от Земли, что и Альдебаран. Рассчитаем минимальную (по модулю) геоцентрическую эклиптическую широту Луны, при которой может произойти покрытие.

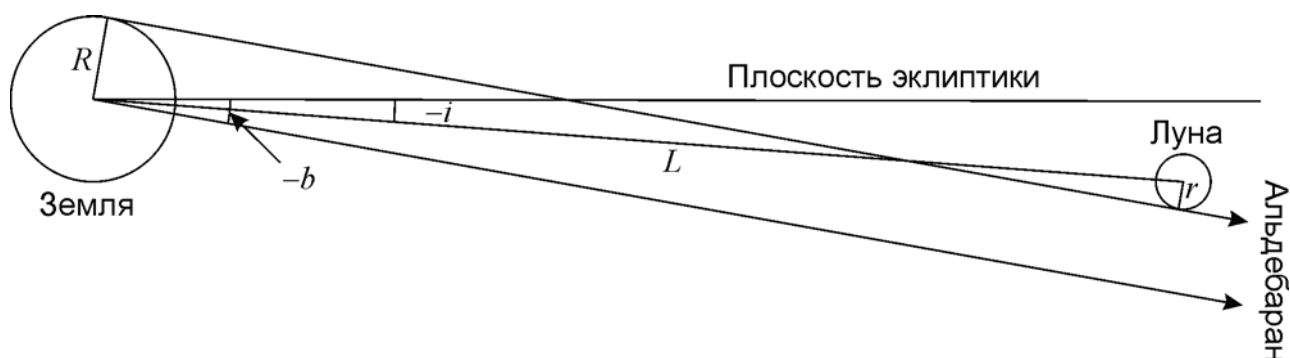
На рисунке изображен предельный случай, при котором покрытие видно в одной точке Земли. Обратим внимание, что эта точка располагается в северных широтах Земли. Обозначив эклиптическую широту Альдебарана через b , радиусы Земли и Луны – через R и r , расстояние между ними – через L , запишем выражение для минимальной эклиптической широты Луны, при которой возможно покрытие:

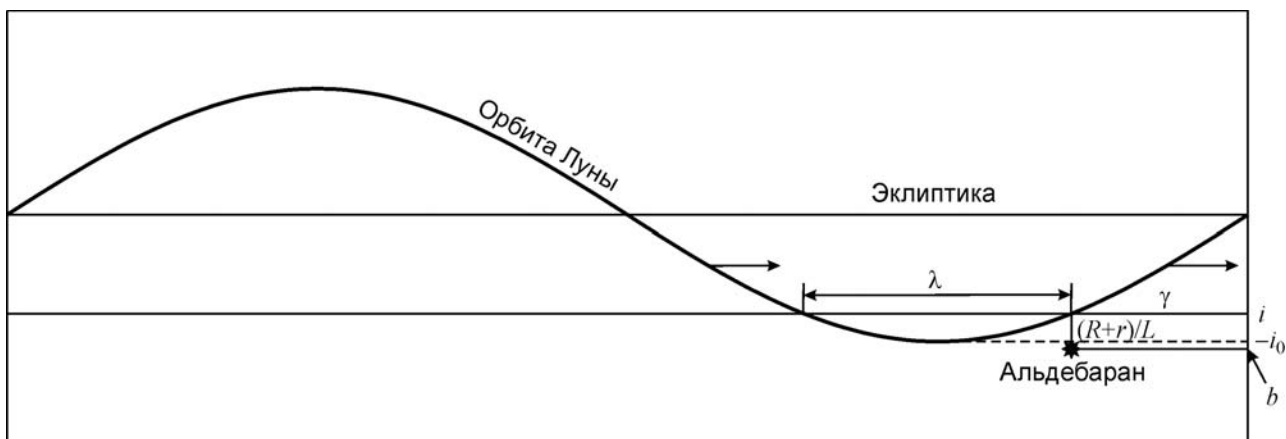
$$i = b + \arcsin \frac{R+r}{L} = -4.26^\circ.$$

Эта величина по модулю меньше наклона орбиты Луны i_0 , поэтому покрытия Альдебарана наблюдаются на Земле. Рассмотрим орбиту Луны, как она расположена относительно эклиптики (рисунок справа). Углы i_0 , i и b невелики, поэтому проекцию орбиты Луны на плоскость рисунка мы можем считать синусоидой. Покрытия Альдебарана возможны вблизи дуги орбиты длиной λ , равной

$$\lambda = 2 \cdot (90^\circ - \gamma) = 2 \cdot (90^\circ - \arcsin \left| \frac{i}{i_0} \right|) = 2 \arccos \left| \frac{i}{i_0} \right| = 68^\circ.$$

Орбита Луны прецессирует (стрелка на рисунке), завершая полный круг за время T , равное 18.6 годам. Определим, за какое время она преодолет угловой путь λ :





$$t = T \frac{\lambda}{360^\circ} = 3.5 \text{ года.}$$

Получается, что серия покрытий должна продолжаться до августа 2018 года. Этот ответ близок к истине: на самом деле, последнее покрытие Альдебарана в данной серии состоится 3 сентября 2018 года.

XI.5 СВЕРХНОВАЯ ЗВЕЗДА

О.С. Угольников

? В далекой галактике с красным смещением 0.1 вспыхнула сверхновая звезда. Телескоп с каким диаметром объектива понадобится для ее визуальных наблюдений? Межзвездным поглощением света, атмосферными помехами и абберациями оптики пренебречь.

! Лучевая скорость галактики v равна произведению скорости света и красного смещения $c \cdot z$. С другой стороны, она равна произведению постоянной Хаббла и расстояния до галактики $H \cdot r$. Отсюда определим расстояние:

$$r = \frac{c \cdot z}{H} = 4.4 \cdot 10^8 \text{ пк.}$$

Здесь c – скорость света, z – красное смещение галактики, H – постоянная Хаббла. Ввиду того, что красное смещение галактики невелико, мы можем не учитывать космологические эффекты, уменьшающие видимую яркость светил. Яркость Сверхновой звезды зависит от ее типа, будем считать ее абсолютную звездную величину M равной -18^m . Определим ее видимую звездную величину:

$$m = M - 5 + 5 \lg r = +20.$$

Для визуальных наблюдений такой звезды при идеальных условиях необходим телескоп с диаметром объектива

$$D = d \cdot 10^{0.2(m-m_0)} \approx 4 \text{ м.}$$

Здесь d – диаметр зрачка человеческого глаза (6 мм), m_0 – предельная звездная величина для невооруженного глаза (6^m).

XI.6**КОСМИЧЕСКИЙ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТР**

Е.Н. Фадеев

? Наземный радиотелескоп, расположенный на экваторе, и орбитальный радиотелескоп, размещенный на спутнике Земли, проводят совместный радиоинтерферометрический сеанс наблюдения за далеким источником, также находящимся в экваториальной плоскости. В начале наблюдений для наземного телескопа источник находился в зените, а спутник – в 30° к западу от зенита. Орбита спутника лежит в плоскости экватора, ее радиус 16000 км, направление движения совпадает с направлением осевого вращения Земли. Определите:

1. максимальную продолжительность сеанса, начиная с текущего момента;

2. величину минимальной проекции базы интерферометра (линии, соединяющей телескопы) на плоскость, перпендикулярную направлению на источник.

Учтите, что видимость спутника из точки расположения наземного телескопа не является обязательной для проведения сеанса.

! Продолжительность сеанса ограничена временем видимости объекта. Для наземного наблюдателя источник зайдет за горизонт спустя примерно четверть суток или 6 часов после описанного в условии момента. Через некоторое время Земля закроет исследуемый источник и от спутника. Определим длину дуги, которую пройдет космический телескоп, прежде чем попадет в "тень" Земли. Рассмотрим треугольник "центр Земли – антенна – спутник". Найдем в нем величину угла при спутнике, воспользовавшись теоремой синусов:

$$\sin \alpha = \sin(\pi - z) \frac{R}{r}.$$

Здесь z – зенитное расстояние спутника в момент начала сеанса, R и r – экваториальный радиус Земли и радиус орбиты спутника соответственно. Угол α составляет 11.5° . Спутник находится к западу от направления на источник и вращается в ту же сторону, что и Земля вокруг своей оси – на восток. Ему осталось дойти до направления "центр Земли – источник" дугу, равную

$$\beta = 180^\circ - (180^\circ - z) - \alpha = z - \alpha = 18.5^\circ.$$

Половина тени Земли (области невидимости источника с орбиты спутника) занимает дугу

$$\gamma = \arcsin \frac{R}{r} = 23.5^\circ.$$

Период обращения спутника можно узнать из III-го закона Кеплера, сравнив спутник, например, с Луной:

$$T = T_L \left(\frac{r}{r_L} \right)^{3/2} = 0.232 \text{ сут} = 5.6 \text{ ч.}$$

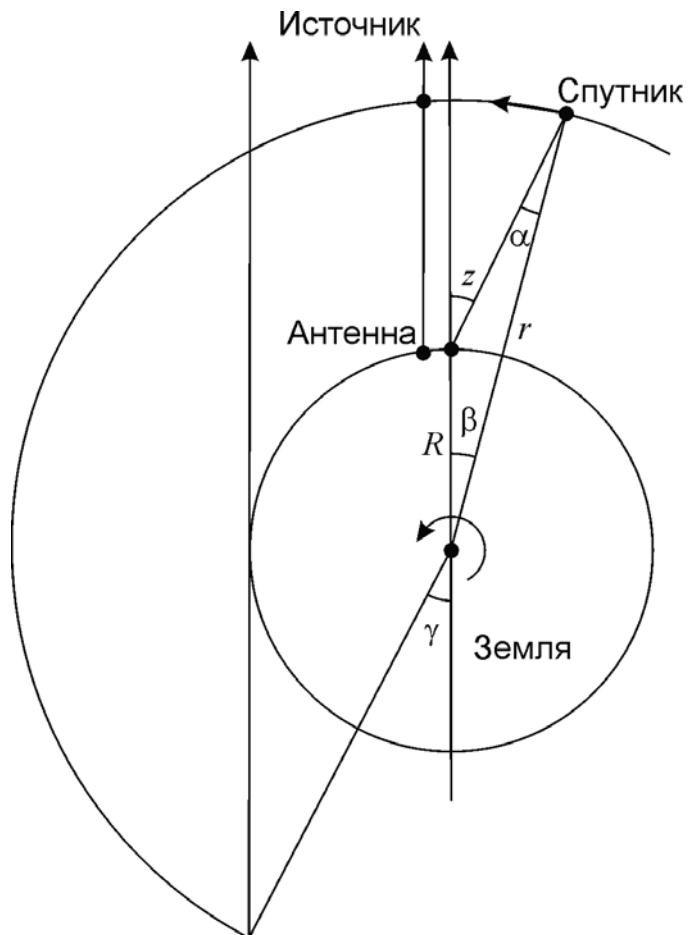
Источник для спутника будет доступен в течении времени

$$t = T \frac{180^\circ + \beta - \gamma}{360^\circ} = 2.7 \text{ ч.}$$

Мы получили ответ на первый вопрос задачи. Чтобы ответить на второй вопрос, обратим внимание, что спутник "догоняет" наземную антенну в своем орбитальном вращении – его период меньше звездных суток S . В некоторый момент времени спутник пройдет между источником и антенной. Тогда проекция линии, соединяющей наземную антенну и спутник (базы), на плоскость, перпендикулярную направлению на источник, достигнет минимального значения – нуля. Можно убедиться, что это произойдет достаточно скоро, задолго до окончания сеанса. Учитывая небольшое значение угла β , будем считать движение спутника и наземного телескопа на этом коротком интервале прямолинейными. Вначале спутник отстает от антенны на расстояние βr . Он ликвидирует это отставание за время

$$\tau = \frac{\beta r}{v - V} = \frac{\beta r}{\omega r - \Omega R} = \beta r \cdot \left(\frac{360^\circ r}{T} - \frac{360^\circ R}{S} \right)^{-1} = 18 \text{ мин.}$$

Здесь v и V – линейные скорости спутника и антенны, ω и Ω – их угловые скорости. Полученный интервал значительно короче продолжительности сеанса.





ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР



9 класс



IX.1

ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ

А.Н. Акинъчиков

? В таблице приведены обозначения, координаты и звездные величины некоторых звезд ярче 4.5^m неподалеку от точки осеннего равноденствия. Укажите шесть самых близких к эклиптике из приведенных в таблице звезд.

Название	Пр. восх.		Склонение		Зв. вел.
	ч	м	°	'	
ρ Льва	10	32.8	+	09 18	3.85
ϕ Льва	11	16.7	-	03 39	4.47
σ Льва	11	21.1	+	06 02	4.05
ι Льва	11	23.9	+	10 32	3.94
υ Льва	11	36.9	-	00 49	4.30
ν Девы	11	45.9	+	06 32	4.03
β Девы	11	50.7	+	01 46	3.61
\omicron Девы	12	05.2	+	08 44	4.12
η Девы	12	19.9	-	00 40	3.89
γ Девы	12	41.7	-	01 27	2.91
δ Девы	12	55.6	+	03 24	3.38
ϵ Девы	13	02.2	+	10 58	2.83
θ Девы	13	10.0	-	05 32	4.38
α Девы	13	25.2	-	11 10	0.98

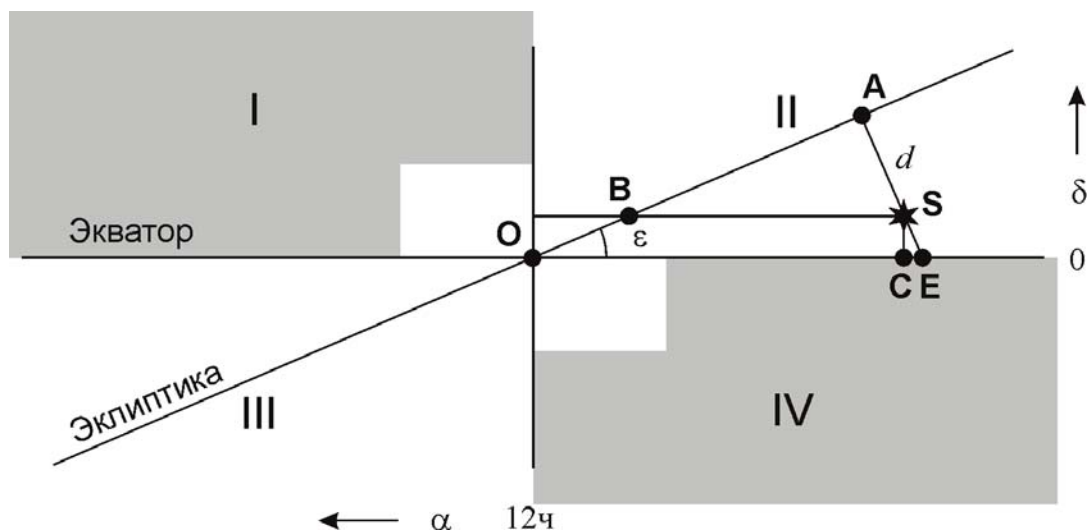
! Точка осеннего равноденствия имеет координаты $(12^ч, 0^\circ)$. Эклиптика проходит через эту точку, располагаясь под углом $\epsilon = 23.4^\circ$ к экватору. Участок неба, в котором находятся звезды из таблицы, сравнительно небольшой (звезды представляют всего два соседних созвездия), соответствующую часть небесной сферы мы вполне можем считать плоской, а проходящий через нее фрагмент эклиптики – прямой линией. Тогда прямое восхождение и склонение точек эклиптики связаны друг с другом соотношением:

$$\delta = -15^\circ/ч \cdot (\alpha - 12^ч) \operatorname{tg} \epsilon = -15^\circ/ч \cdot (\alpha - 12^ч) \cdot 0.433.$$

Пусть звезда **S** имеет координаты (α, δ) и для определенности находится в правой верхней четверти рисунка справа. Проведем из нее перпендикуляр к эклиптике, который пересекает ее в точке **A**. Нам нужно найти длину отрезка **SA**. Продолжим этот отрезок до пересечения с экватором (точка **E**). Треугольники **OAE** и **SCE** подобны, так как имеют одинаковые углы. Отсюда мы можем выразить длину отрезка **OE**:

$$OE = OC + CS \operatorname{tg} \epsilon.$$

Практический тур - 9 класс



Искомая длина отрезка SA есть

$$SA = AE - SE = OE \sin \varepsilon - \frac{CS}{\cos \varepsilon} = OC \sin \varepsilon + CS \left(\sin \varepsilon \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{1}{\cos \varepsilon} \right) = OC \sin \varepsilon - CS \cos \varepsilon.$$

Учтем, что в градусной мере OC есть $15^\circ/\text{ч} \cdot (12^{\text{ч}} - \alpha)$, а CS есть δ . Таким образом, мы получили формулу для расчета углового расстояния звезды от эклиптики:

$$b = |15^\circ/\text{ч} \cdot (12^{\text{ч}} - \alpha) \sin \varepsilon - \delta \cos \varepsilon|.$$

Эта формула справедлива для всего рисунка, просто в других четвертях величины $15^\circ/\text{ч} \cdot (12^{\text{ч}} - \alpha)$ и δ могут принимать отрицательные значения. Для того, чтобы найти шесть ближайших к эклиптике звезд, можно вычислить величину b для всех звезд из таблицы и найти звезды с минимальным значением b . Можно и облегчить этот процесс, отбросив заведомо далекие от эклиптики звезды, находящиеся в четвертях I и IV (см. рисунок) и при этом не попадающие в центральную часть (возьмем прямые восхождения от $11.5^{\text{ч}}$ до $12.5^{\text{ч}}$ и склонения от -5° до $+5^\circ$). Для оставшихся звезд определим величину b . Шесть самых близких к эклиптике звезд выделены в таблице жирным шрифтом.

Название	Пр. восх.		Склонение		Зв.вел.	b
	ч	м	°	'		
ρ Льва	10	32.8	+	09 18	3.85	0.12
ϕ Льва	11	16.7	-	03 39	4.47	
σ Льва	11	21.1	+	06 02	4.05	1.68
ι Льва	11	23.9	+	10 32	3.94	6.09
υ Льва	11	36.9	-	00 49	4.30	3.04
ν Девы	11	45.9	+	06 32	4.03	4.60
β Девы	11	50.7	+	01 46	3.61	0.70
\omicron Девы	12	05.2	+	08 44	4.12	
η Девы	12	19.9	-	00 40	3.89	1.36
γ Девы	12	41.7	-	01 27	2.91	2.81
δ Девы	12	55.6	+	03 24	3.38	
ε Девы	13	02.2	+	10 58	2.83	
θ Девы	13	10.0	-	05 32	4.38	1.87
α Девы	13	25.2	-	11 10	0.98	1.79

IX.2

СЕРЕБРИСТЫЕ ОБЛАКА

О.С. Угольников

? Вам предложены 6 фотографий (негатив), полученных в Подмоскowie (широта $+55^\circ$) с помощью объектива "рыбий глаз" (поле зрения чуть менее 180°) вечером 5 июля 2015 года, в период появления аномально ярких серебристых облаков, занявших большую часть неба. Для каждой фотографии указана величина погружения Солнца под горизонт в градусах. Определите высоту серебристых облаков (в км) над поверхностью Земли. Атмосферной рефракцией и поглощением света пренебречь.

7.3°

7.6°

7.9°

8.2°

8.5°

8.75°

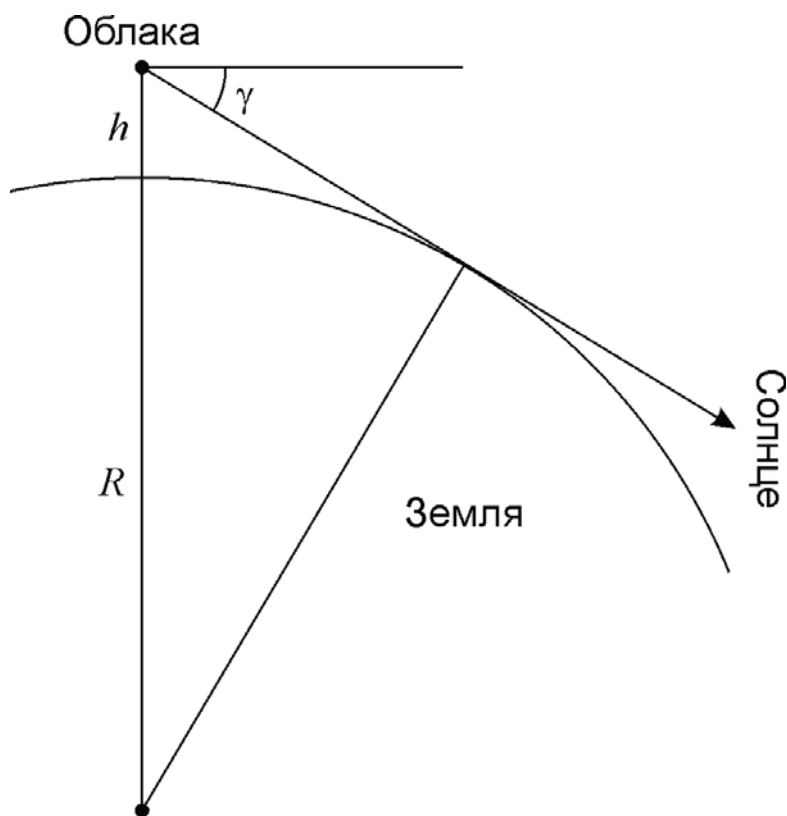
❗ Фотографии охватывают сравнительно короткую стадию сумерек (глубина погружения Солнца под горизонт увеличивается всего на полтора градуса), но за это время успевают измениться видимое распределение облаков на небе. Если вначале они охватывали большую часть небесной полусферы, то в конце они видны только в области зари, над зашедшим Солнцем. При этом мы можем видеть, что дело не в движении облаков в сторону зари (практически незаметном на фотографиях), а в их постепенном исчезновении вдали от заревого сегмента. В реальности, облака не исчезают, а входят в тень Земли, их перестает освещать Солнце. Данный эффект может послужить основой измерения высоты облаков. Решение удобнее провести для точки зенита, так как там высота тени Земли определяется проще всего (см. рисунок внизу).

Если Солнце опустилось под горизонт на угол γ , то в пренебрежении рефракцией его лучи будут попадать в слой атмосферы над наблюдателем с высотой

$$h = R \cdot \left(\frac{1}{\cos \gamma} - 1 \right) \approx \frac{R\gamma^2}{2}.$$

Во втором равенстве, справедливом для малых углов, значение γ выражается в радианах. Мы видим, что серебристые облака хорошо видны в зените на первых трех фотографиях, с трудом видны на четвертой и не видны на последних двух фотографиях. Поэтому мы можем взять в качестве предельного погружения Солнца величину, равную или чуть большую, чем для четвертой фотографии. Приняв значение $\gamma = 8.3^\circ$ или 0.145 радиан, получаем высоту серебристых облаков 67 км.

Полученное значение высоты серебристых облаков занижено примерно на 15 км. Связано это с тем, что при решении не учитывалось поглощение солнечного излучения в нижних слоях атмосферы. В реальности, в желто-зеленой области спектра касательные лучи Солнца, проходящие на высоте менее 15 км над Землей, практически не доходят до верхней атмосферы над наблюдателем. Если бы мы учли этот эффект, мы бы получили точное значение высоты: 82 км. Атмосферная рефракция мало влияет на картину, так как для лучей, проходящих выше 15 км над поверхностью Земли, она достаточно слаба.



IX.3

МАРСИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Е.Н. Фадеев

? Разработайте календарь для нужд будущих жителей Марса. Предложите простой и эффективный календарь, в котором необходимо вставлять один или несколько високосных лет за фиксированный короткий период (не более 16 марсианских лет). Оцените, за какое время в таком календаре будет накапливаться ошибка в 1 день. Предложите более точный календарь, в котором ошибка в 1 день накапливается более 1000 лет, а сам календарный цикл, т. е. количество лет, по прошествии которых последовательность вставки високосных годов полностью повторяется, не больше, чем у современного григорианского календаря на Земле. Тропический год на Марсе длится 686.9717 земных суток, период осевого вращения Марса 24.6229 часа.

! Тропический год на Марсе T (686.9717 суток) немного короче периода обращения Марса вокруг Солнца T_0 (686.98 суток), что связано с прецессией оси вращения Марса, аналогичной той, что есть у оси вращения Земли. Пусть S_0 – период вращения Марса вокруг своей оси. Вращение происходит в ту же сторону, что и орбитальное движение, поэтому для длительности солнечных суток на Марсе (называемых "солами" в англоязычной литературе) выполняется соотношение:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} - \frac{1}{T_0}.$$

Получается, что один сол составляет 1.027489 земных суток. Теперь мы можем рассчитать основной параметр для составления марсианского календаря: длительность тропического года в солах:

$$N = \frac{T}{S} = 668.593.$$

Сразу напрашивается наиболее простая модель марсианского календаря, при котором високосные (669 сол) и невисокосные (668 сол) годы будут просто чередоваться. Длительность года в таком календаре окажется равной 668.5 сол, что на 0.093 сол короче истинного. Ошибка в 1 день в таком календаре накопится за $(1/0.093) \sim 11$ марсианских лет. Можно ввести 3-летний цикл с 2 високосными годами. Тогда год продлится 668.667 сол, что на 0.074 сол длиннее истинного. Разница в 1 сутки накопится за 13 лет. Очевидно, это не лучшие варианты календаря.

Более хорошая и при этом простая модель календаря представляет собой совмещение двухгодичной и трехгодичной системы и предусматривает 5-летние циклы, в ходе которых 3 года будут високосными. Средняя продолжительность года в календаре составит 668.6 сол, что на 0.007 сол больше истинного. Разница в 1 сол накопится за $(1/0.007) = 140$ марсианских лет. По точности это сопоставимо с юлианским календарем на Земле.

Если сохранить данные 5-летние циклы, но в каждом 28-м таком цикле делать 3 невисокосных и 2 високосных года, то всего за 140-летний период наступит 57 невисокосный год и 83 високосных года. Продолжительность года в таком ка-

лендаре составит $668 + (83/140) = 668.593$ сола, что при тех точностях, что использовались при решении, совпадает с истинным значением. В реальности отличие составит около 0.0001 сол, то есть этим календарем можно будет пользоваться до 10000 марсианских лет. Данный вид календаря можно ввести и по аналогии с земным григорианским календарем, исключив 3 високосных года за 400 лет. В этом случае високосными окажутся $(0.6 \cdot 400) - 3 = 237$ лет из 400, а средняя продолжительность года будет равна 668.5925 сол. Ошибка в 1 день накопится примерно за 2000 марсианских лет.



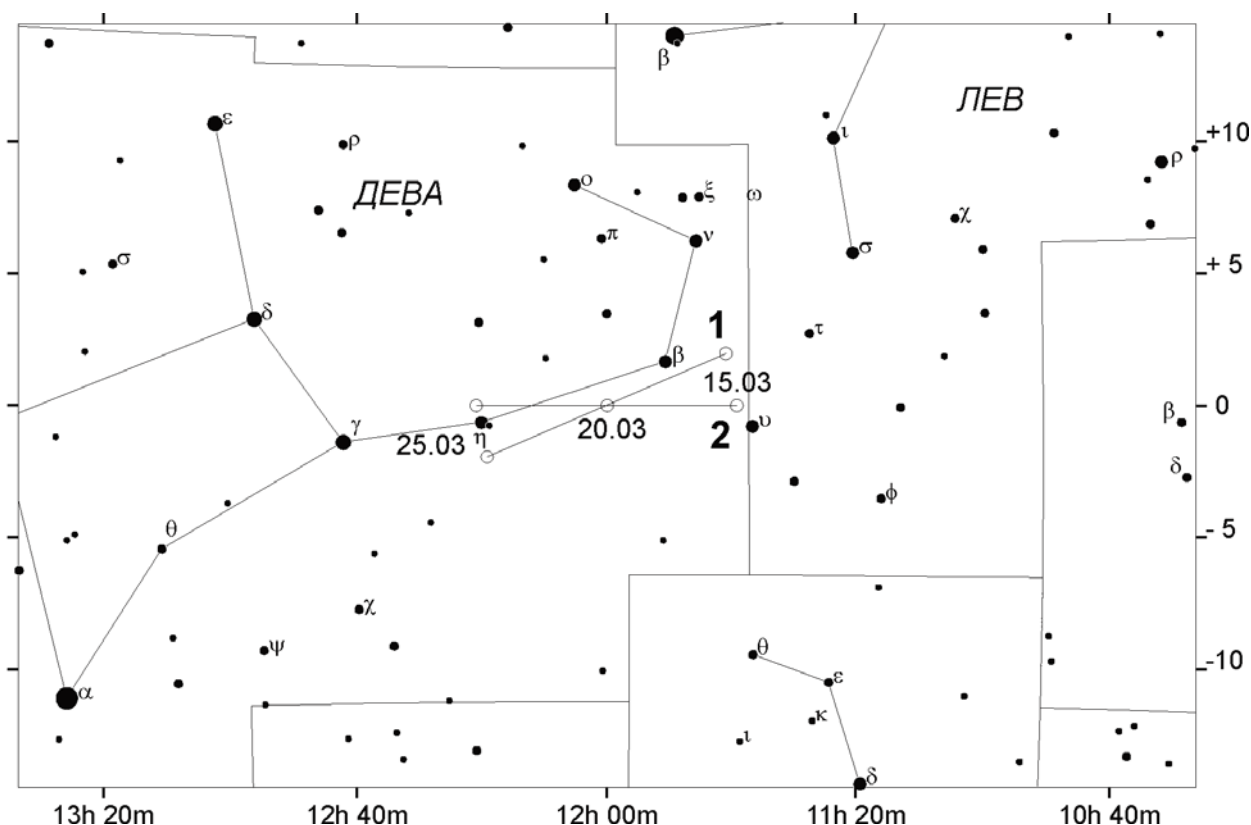
10-11 классы

X/XI.1

ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

О.С. Угольников

? Вам представлена карта участка звездного неба, на которую нанесен трек кометы (10 класс – вариант 1, 11 класс – вариант 2). Известно, что орбита кометы параболическая, и 20 марта она прошла точку перигелия. Определите расстояние между Землей и кометой в момент ее перигелия. Для варианта 2 найдите также угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики. Орбиту Земли считать круговой.



По звездной карте мы видим, что 20 марта, в день своего перигелия, комета прошла точку осеннего равноденствия в небе Земли. То есть, в этот же момент она располагалась в плоскости эклиптики и в противостоянии с Солнцем. Это значит, что комета в пространстве находилась дальше от Солнца, чем Земля, и искомое расстояние между Землей и кометой d есть $r - r_0$, где r – расстояние от кометы до Солнца, а r_0 – радиус орбиты Земли. Направление движения кометы в этот момент происходит перпендикулярно направлению на Солнце и Землю.

Заметим также, что комета (в отличие от внешних планет в противостоянии) двигалась относительно звезд в прямом направлении, с запада на восток. Это означает, что в пространстве комета перемещалась быстрее Земли, что возможно с учетом ее параболической орбиты. По рисунку мы видим, что комета 1 движется в небе Земли вдоль эклиптики. Так как сама Земля также перемещается в пространстве в плоскости эклиптики, мы можем сделать вывод, что плоскости орбит Земли и кометы 1 фактически совпадают. Комета 2 вблизи противостояния перемещалась вдоль небесного экватора, под углом ε (23.4°) к эклиптике. Может показаться, что это и есть угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики, но это не так: видимое перемещение кометы среди звезд есть наложение ее собственного движения и движения Земли, которые происходят в разных плоскостях.

Измерив угловое перемещение кометы на небе за 5 дней, мы получаем величину 4.9° . Ровно такую же дугу описывает за 5 дней Земля в своем орбитальном движении. Получается, что видимая угловая скорость кометы в небе Земли равна угловой скорости самой Земли ω_0 . Изобразим Землю и комету на своих орбитах в момент перигелия кометы.

Обозначим вектора гелиоцентрических скоростей кометы и Земли как \mathbf{v} и \mathbf{v}_0 . Геоцентрическая скорость кометы равна

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0.$$

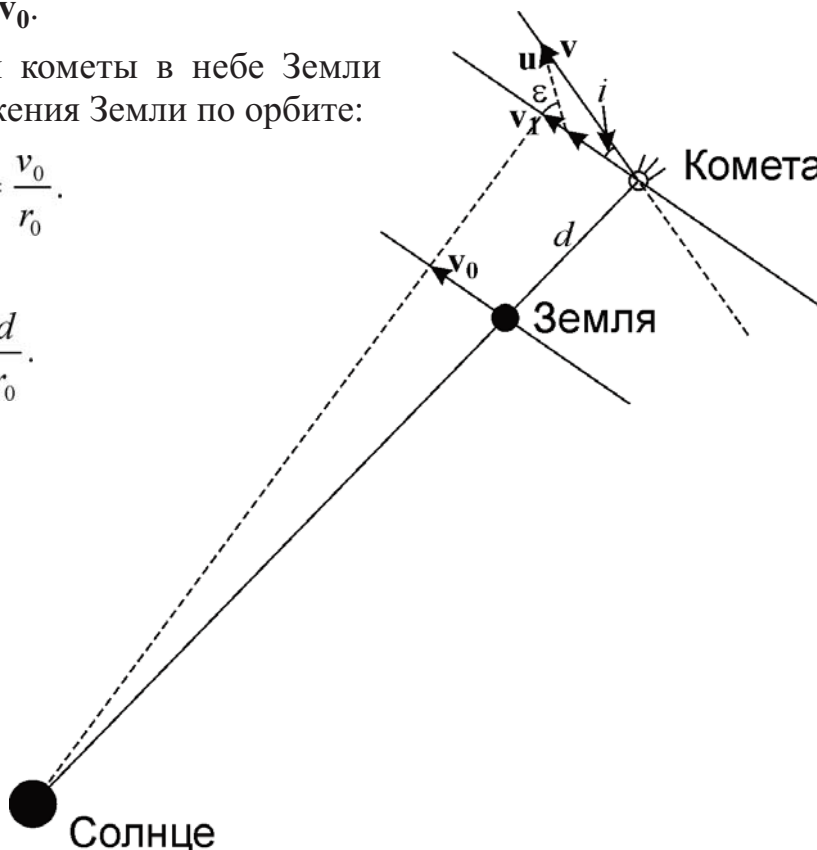
Угловая скорость движения кометы в небе Земли равна угловой скорости движения Земли по орбите:

$$\omega_0 = \frac{u}{d} = \frac{v_0}{r_0}.$$

Отсюда

$$u = v_0 \frac{d}{r_0}.$$

У кометы 1 соответствующий вектор \mathbf{u}_1 сонаправлен с вектором скорости движения Земли \mathbf{v}_0 . Гелиоцентрическая скорость кометы равна



$$v_1 = u_1 + v_0 = v_0 \left(1 + \frac{d_1}{r_0}\right).$$

Мы знаем, что орбита кометы параболическая, и гелиоцентрическая скорость есть вторая космическая для данного расстояния:

$$v_1 = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d_1}}.$$

Приравнявая две последние формулы и опуская знак корня в обеих частях уравнения, получаем:

$$\left(\frac{r_0 + d_1}{r_0}\right)^2 = \frac{2r_0}{r_0 + d_1}; \quad \left(\frac{r_0 + d_1}{r_0}\right)^3 = 2.$$

Отсюда

$$d_1 = r_0 (\sqrt[3]{2} - 1) = 0.26 \text{ а.е.}$$

Далее мы рассматриваем только комету 2, поэтому соответствующий индекс у величин u , v и d можно опустить. Движение этой кометы и Земли происходит в разных плоскостях. Гелиоцентрическая скорость кометы равна

$$v = \sqrt{(u \sin \varepsilon)^2 + (u \cos \varepsilon + v_0)^2} = \sqrt{u^2 + 2v_0 u \cos \varepsilon + v_0^2} = v_0 \sqrt{\frac{d^2}{r_0^2} + 2 \frac{d}{r_0} \cos \varepsilon + 1}.$$

Как и в случае первой кометы, орбита кометы параболическая, и гелиоцентрическая скорость есть вторая космическая для данного расстояния:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d}}.$$

Приравнявая две последние формулы и опуская знак корня в обеих частях уравнения, получаем:

$$\frac{d^2}{r_0^2} + 2 \frac{d}{r_0} \cos \varepsilon + 1 = \frac{2r_0}{r_0 + d}.$$

В общем виде, это кубическое уравнение, достаточно сложное для решения. Однако мы можем сделать некоторое упрощение, воспользовавшись тем, что угол ε не очень большой. Обозначим отношение (d/r_0) как x и перепишем уравнение:

$$(x + 1)^3 = 2 + 2x(x + 1)(1 - \cos \varepsilon).$$

Рассмотрим для начала случай $\varepsilon = 0$ (фактически, это аналогично комете 1). Тогда мы получаем простое уравнение:

$$(x_0 + 1)^3 = 2; \quad x_0 = \sqrt[3]{2} - 1 = 0.260.$$

Для сложного случая пусть $x = x_0 + \delta x$, где δx – малая величина. Тогда

$$(x+1)^3 \approx (x_0+1)^3 + 3(x_0+1)^2 \delta x = 2 + 2(x_0 + \delta x)(x_0 + \delta x + 1)(1 - \cos \varepsilon).$$

Учтем, что величина $(1 - \cos \varepsilon)$ невелика, и пренебрежем в формуле слагаемыми, пропорциональными произведению двух малых величин $(1 - \cos \varepsilon)\delta x$, а также δx^2 . Тогда получаем

$$3(x_0 + 1)^2 \delta x = 2(1 - \cos \varepsilon)x_0(x_0 + 1).$$

В итоге,

$$\delta x = \frac{2(1 - \cos \varepsilon)x_0}{3(x_0 + 1)}; \quad x = \sqrt[3]{2} - 1 + \frac{2(1 - \cos \varepsilon)(\sqrt[3]{2} - 1)}{3 \cdot \sqrt[3]{2}} = 0.271.$$

Мы видим, что предположение о малости величины δx полностью оправдывается. Полученное в итоге значение x с точностью до третьего знака после запятой совпадает с истинным значением, получаемым при решении кубического уравнения (0.272). Итак, комета располагалась примерно в 0.27 а.е. от Земли.

Нам остается найти угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики. Перигелийное расстояние кометы составляет 1.27 а.е. Гелиоцентрическая скорость кометы в момент перигелия равна

$$v = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d}}.$$

Для угла наклона орбиты имеем:

$$v \sin i = u \sin \varepsilon; \quad \sin i = \sin \varepsilon \frac{u}{v} = \sin \varepsilon \frac{v_0}{v} \cdot \frac{d}{r_0} = \sin \varepsilon \frac{d}{r_0} \sqrt{\frac{r_0 + d}{2r_0}}.$$

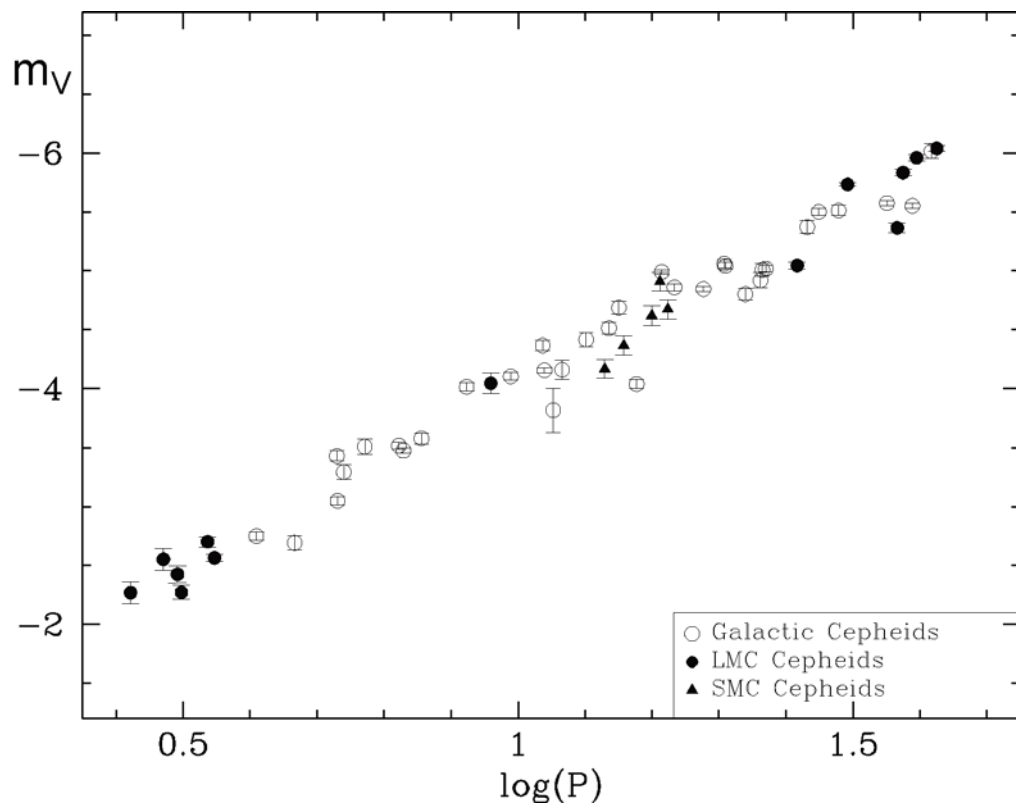
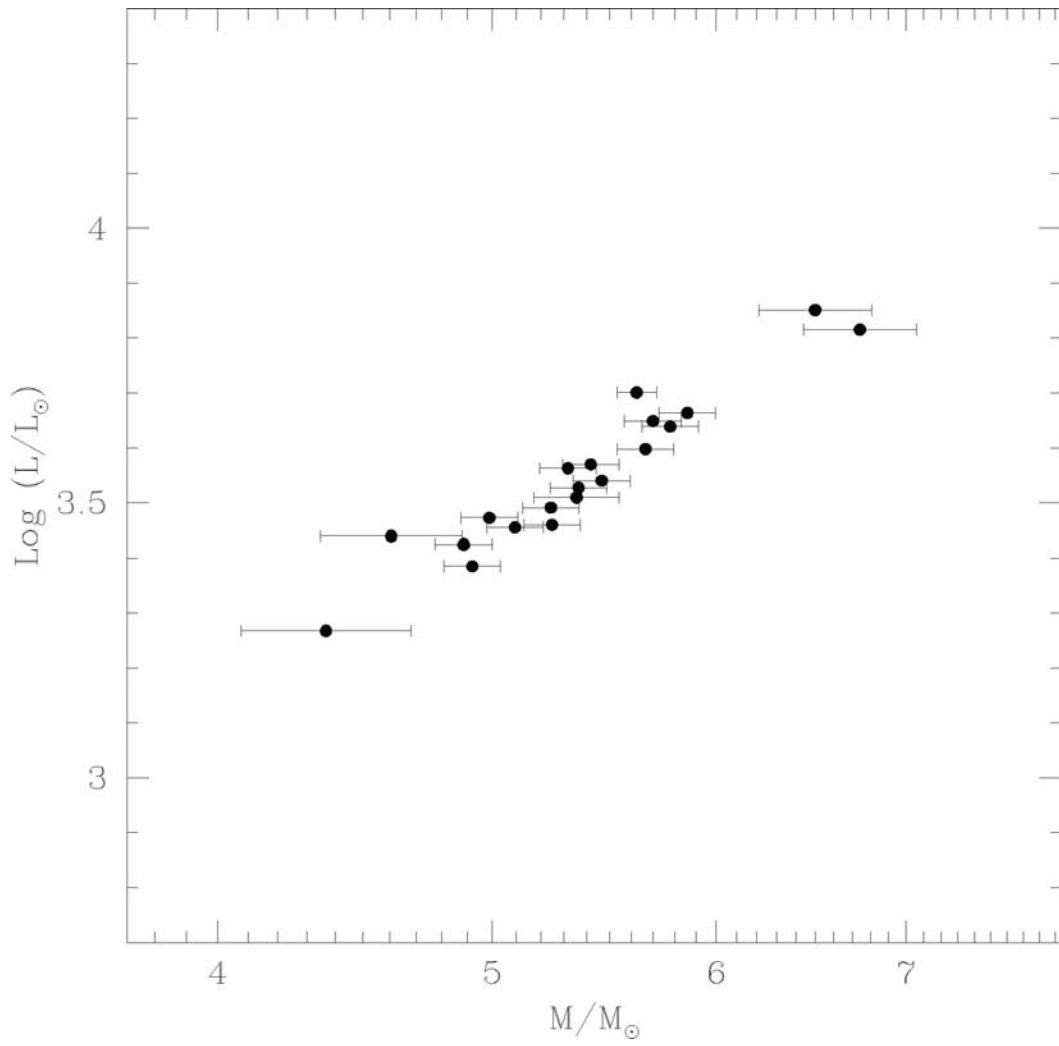
Наклонение орбиты кометы к плоскости эклиптики равно 4.9° .

X/XI.2

МАЯКИ ГАЛАКТИК

О.С. Угольников

? Перед Вами диаграммы "масса – средняя светимость" и "период – средняя абсолютная звездная величина" для некоторых цефеид нашей Галактики, Большого и Малого Магелланова облака. Период колебаний цефеид выражен в сутках, абсолютная величина дана в полосе V, массы на первом графике отложены в логарифмическом масштабе. Оцените по этим диаграммам диапазон характерных значений средней температуры на планете, обращающейся вокруг цефеиды по круговой орбите с периодом, в 6000 раз большим периода изменений блеска цефеиды. Альbedo и "парниковые" свойства атмосферы планеты считать аналогичными Земле. Болoметрической поправкой Солнца и цефеид пренебречь.



Приведенные графики связывают среднюю светимость цефеиды с ее массой и периодом пульсаций. Правда, светимость задана на этих графиках по-разному – в виде ее отношения к солнечной светимости на первом графике и абсолютной звездной величины на втором. Первое выражение более удобно для решения задачи, поэтому мы приведем к нему выражение на втором графике.

Зависимости на обеих диаграммах близки к линейным, однако по осям и там, и там отложены логарифмы параметров звезд. Это относится и к оси абсцисс первого графика, где массы отложены в логарифмическом масштабе. Проведем прямые через экспериментальные точки на графиках. Заметим, что хоть на втором графике и приведены данные для разных галактик, они хорошо согласуются друг с другом, что указывает на общие свойства цефеид в галактиках.

Проведя прямые через экспериментальные точки и определив значение ординат для двух значений абсцисс, мы получаем эмпирические соотношения, связывающие массу, период пульсаций и светимость цефеид:

$$\begin{aligned} \log(L/L_0) &= 1.14 + 3.3 \log(M/M_0); \\ m_V &= -1.0 - 3.0 \log(P); \\ \log(L/L_0) &= 0.4(4.72 + 1.0 + 3.0 \log(P)) = 2.28 + 1.2 \log(P). \end{aligned}$$

Здесь мы учли, что абсолютная звездная величина Солнца равна +4.72, пренебрегая его болометрической поправкой. Переведем эти соотношения из логарифмических в нормальные:

$$\frac{L}{L_0} = 10^{1.14} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{3.3} = 14 \left(\frac{M}{M_0}\right)^{3.3} = 10^{2.28} P^{1.2} = 200 P^{1.2}.$$

Отсюда мы можем связать напрямую период пульсаций с массой (напомним, период выражается в сутках):

$$P = \left(\frac{14}{200} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{3.3}\right)^{1/1.2} = \frac{1}{9} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.75}.$$

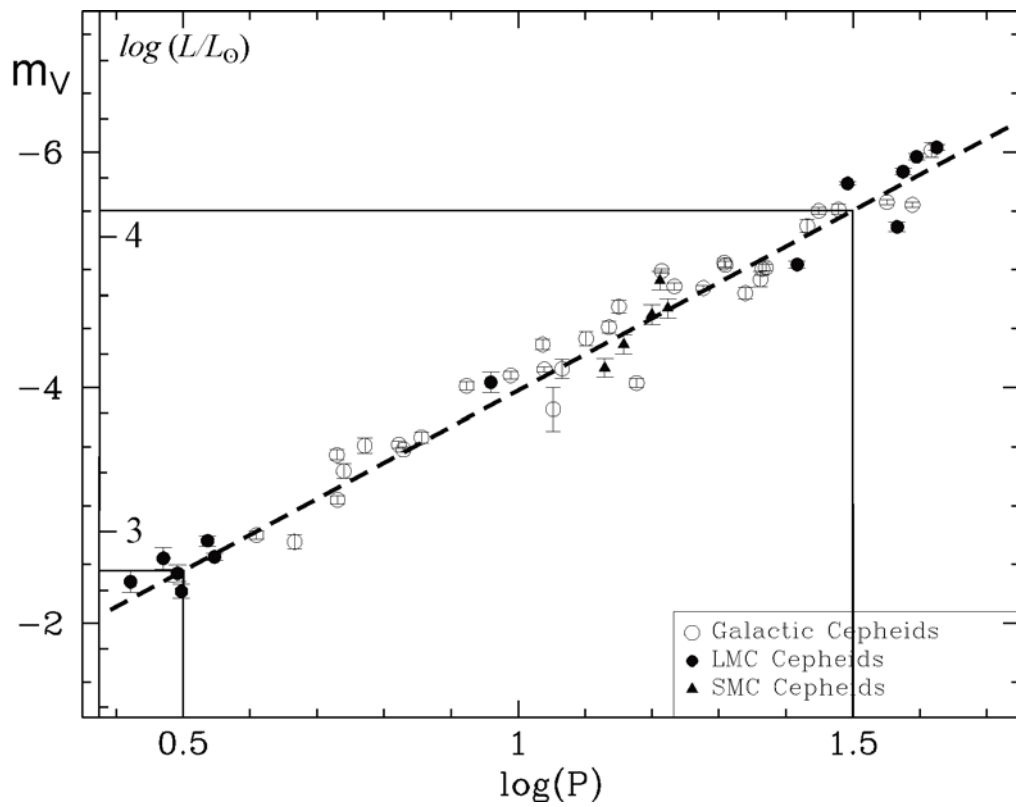
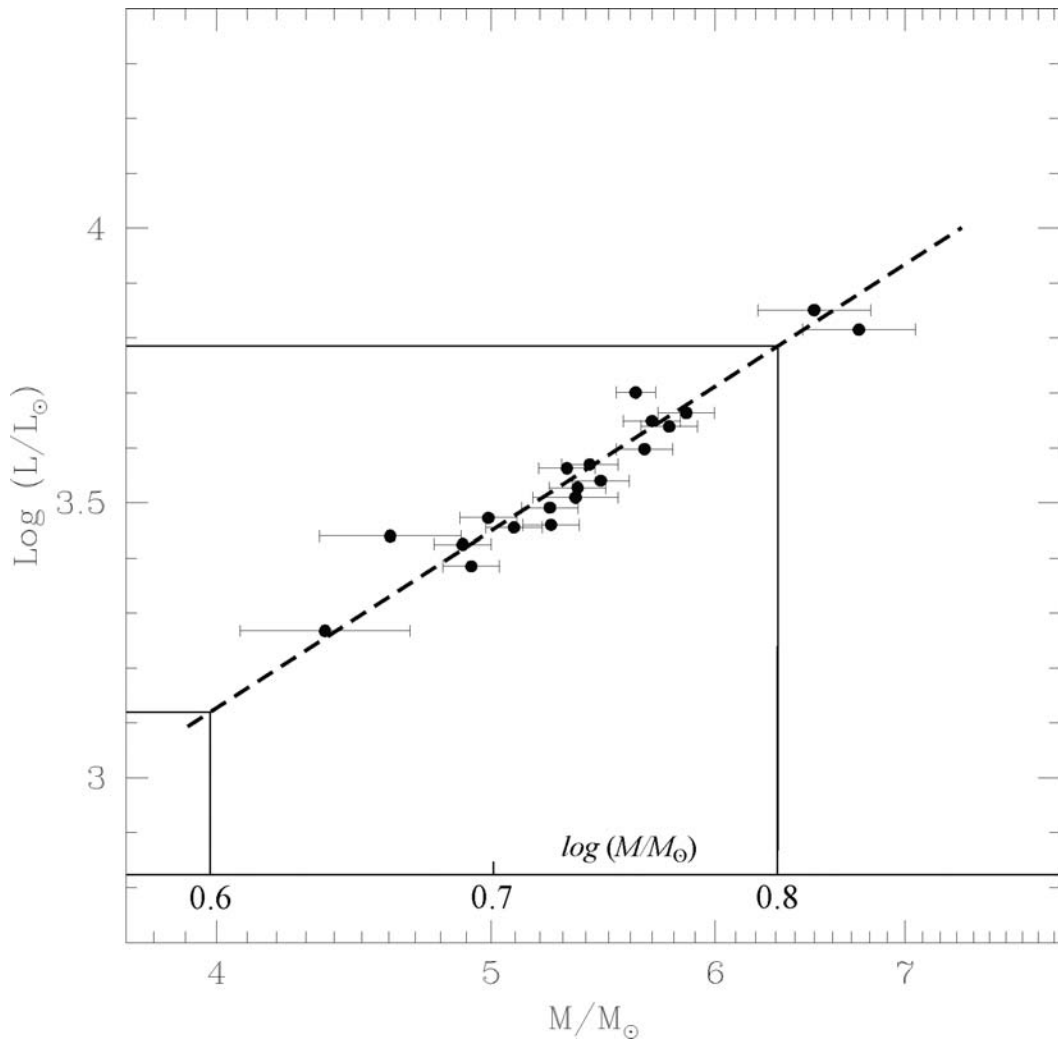
Пусть некоторая цефеида имеет массу M . По условию задачи, планета обращается вокруг нее с периодом τ , в 6000 раз большим периода пульсаций P . Выразим этот период в земных годах:

$$\tau = \frac{6000}{9 \cdot 365} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.75} = 1.8 \cdot \left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.75}.$$

Из III закона Кеплера выразим радиус орбиты планеты в астрономических единицах:

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{1/3} \tau^{2/3} = 1.5 \cdot \left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.16}$$

При фиксированном альбедо температура планеты в четвертой степени T^4 пропорциональна количеству энергии, поступающей на единицу площади планеты от звезды в единицу времени, то есть J/a^2 . Сравним температуру планеты с температурой Земли T_0 :



$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{L}{L_0}\right)^{1/4} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-1/2} = \frac{14^{1/4}}{1.5^{1/2}} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{0.83} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{-1.08} \sim 1.56 \left(\frac{M_0}{M}\right)^{1/4}.$$

Мы видим, что для всех классических цефеид температура планеты получается примерно одной и той же, мало меняясь с массой. Более того, она близка к температуре поверхности Земли T_0 (290 К). Если быть точнее, то для цефеид с массами от 4 до 8 масс Солнца мы получаем значения от 320 до 270 К соответственно. При массе в 6 масс Солнца температурные условия на планете будут похожи на земные.

Выше был приведен наиболее общий метод решения. Можно поступить другим способом, взяв несколько возможных значений массы цефеиды, определив по диаграммам ее светимость и период колебаний блеска. Затем можно определить характеристики планеты. Для того, чтобы установить указанную выше зависимость температуры от массы, в принципе, достаточно провести расчет для двух разных значений масс цефеиды. В таблице указаны результаты расчетов для пяти значений массы.

(M/M_0)	$\log(M/M_0)$	$\log(L/L_0)$	m_V	$\log P$ (сут)	τ , годы	(a/a_0)	T/T_0	T , К
4	0.60	3.13	-3.10	0.70	82	30.0	1.10	320
5	0.70	3.45	-3.90	0.97	152	48.6	1.04	302
6	0.78	3.71	-4.55	1.18	251	72.2	0.99	288
7	0.85	3.93	-5.10	1.37	383	100.8	0.96	277
8	0.90	4.12	-5.58	1.53	553	134.7	0.92	268

Х.3 МОЛОДАЯ ЛУНА

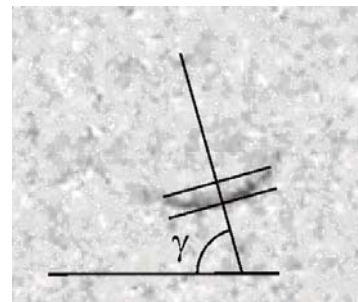
О.С. Угольников

? На последней странице обложки приведена фотография (№1) очень молодого серпа Луны, сделанная ранней весной в Москве (широта $+56^\circ$). Используя наиболее точный, по Вашему мнению, метод, определите по этой фотографии максимально возможное значение "возраста" серпа Луны (времени от последнего новолуния в сутках). Орбиту Луны считать круговой.

! Самым очевидным методом определения возраста Луны могло бы быть измерение ее фазы или толщины серпа. Однако, в данном случае этот метод не может быть точным – серп Луны очень тонок, искажен атмосферным дрожанием и флуктуациями измеренной яркости на отдельных пикселях фотокамеры. Прямые измерения толщины изображения серпа могут вызвать завышение фазы Луны, что в случае близости к новолунию приведет к сильной переоценке возраста.

Другой возможный способ – измерить диаметр изображения Луны на фотографии и далее – ее высоту над горизонтом (около $5-6^\circ$). Но для вычисления возраста Луны нужно знать глубину погружения Солнца под горизонт, которую прямо по фотографии оценить достаточно трудно.

Однако, максимально возможный возраст Луны можно определить, учитывая ориентацию лунного серпа на небе. На фотографии мы видим, что серп направлен почти «рогами вверх», что может наблюдаться в тропических широтах, но нетипично для широты Москвы. Такое может случиться, только если Луна располагается существенно выше эклиптики, и направление «Солнце-Луна» образует большой угол с горизонтом. По фотографии мы можем определить этот угол γ , он равен 75° .



Предположим, что Луна находится на максимальном угловом расстоянии ($i=5.15^\circ$) к северу от эклиптики и рассмотрим ее положение на небе относительно Солнца. Картина наблюдается вечером ранней весной, то есть Солнце расположено недалеко от точки весеннего равноденствия. Угол между вертикалью и проекцией небесного экватора на плоскость рисунка равен широте места φ . Эклиптика образует с горизонтом угол

$$\lambda = 90^\circ - \varphi + \varepsilon = 57^\circ.$$

Угол θ с вершиной в Солнце, образованный направлением на Луну и эклиптикой, равен

$$\theta = \gamma - \lambda = 18^\circ.$$

Отсюда мы получаем угловое расстояние между Солнцем и Луной:

$$l = \frac{i}{\sin \theta} = 17^\circ.$$

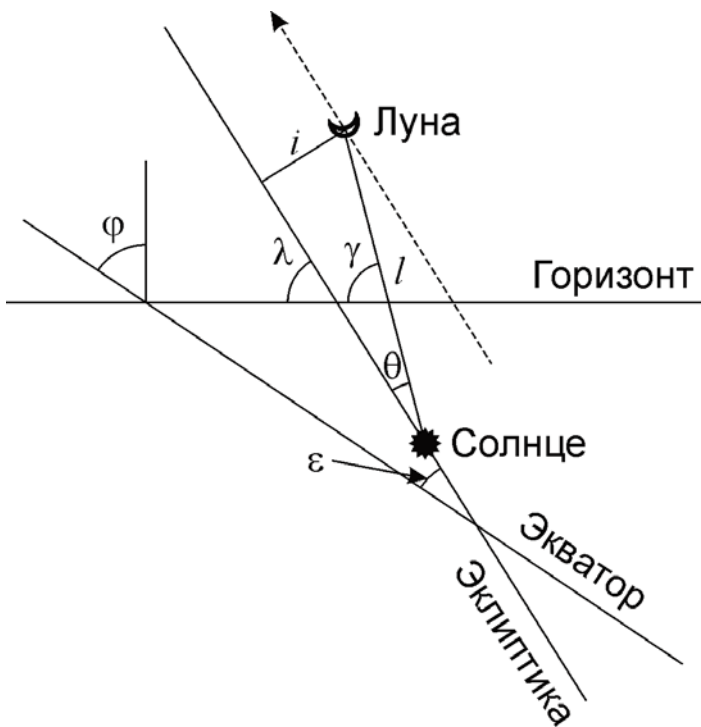
Это максимальное значение расстояния l , так как мы взяли максимально возможное значение угла i . Угловая скорость синодического движения Луны (или движения Луны относительно Солнца) равна

$$\omega = \frac{360^\circ}{S} = 12.2^\circ / \text{сут}.$$

Здесь S – синодический период Луны. Наконец, максимальный возраст Луны равен

$$T = \frac{l}{\omega} = 1.4 \text{ сут}.$$

Отметим, что истинное значение возраста Луны в момент съемки составляло 1.1 суток.



XI.3

КРИВАЯ ВРАЩЕНИЯ

Е.Н. Фадеев

? Вам даны результаты спектральных наблюдений облаков нейтрального водорода на длине волны 21 см. Измерения проводились в галактическом диске с разными галактическими долготами (указаны на графиках). Линия водорода уширена в результате движения масс облаков относительно наблюдателя, ее профили представлены на графиках. По оси абсцисс отложено смещение длины волны (в единицах соответствующей гелиоцентрической лучевой скорости, км/с), а по оси ординат – интенсивность излучения в условных единицах. На основе этих данных и предположения кругового движения облаков вокруг центра Галактики в одном направлении определите зависимость полной скорости облаков от расстояния до центра Галактики (кривую вращения). Результаты представьте в виде таблицы и графика. Считать, что Солнце находится на расстоянии 8.5 кпк от центра Галактики и движется вокруг него по круговой траектории в том же направлении (к точке с галактической долготой $+90^\circ$) со скоростью 220 км/с. Направление на центр Галактики соответствует галактической долготе 0° .

! На каждом графике можно видеть интенсивность излучения, приходящего от облаков, расположенных на разных расстояниях от Солнца и движущихся с различными лучевыми скоростями. Из этих данных можно определить только лучевые скорости, но не расстояния до облаков.

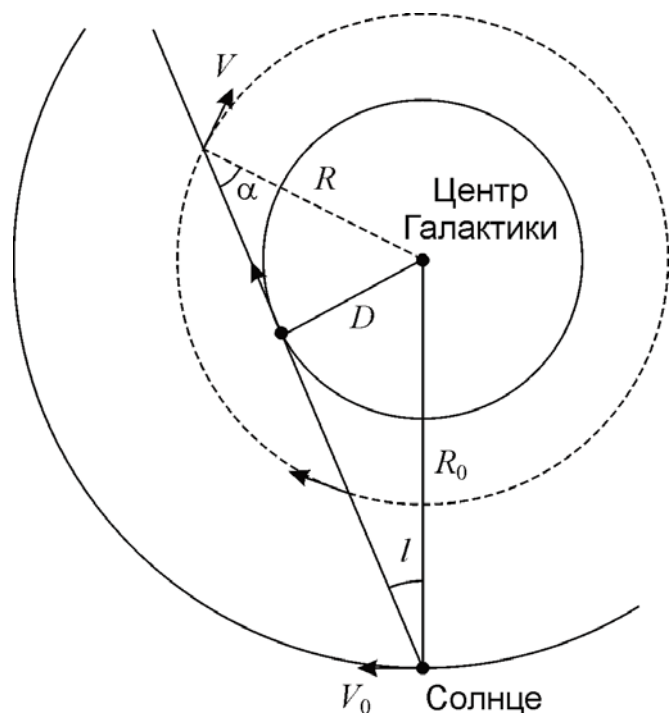
Рассмотрим модель вращения Галактики. Пусть R_0 и R – расстояния Солнца и облака от центра Галактики, а V_0 и V – их полные скорости. Проекции этих скоростей на луч зрения равны соответственно $V_0 \sin l$ и $V \sin \alpha$, где l – галактическая долгота, α – угол с вершиной в облаке, образованный направлениями на центр Галактики и наблюдателя. Пусть D – расстояние от центра галактики до луча зрения. Тогда

$$\sin l = \frac{D}{R_0}; \quad \sin \alpha = \frac{D}{R} = \sin l \cdot \frac{R_0}{R}.$$

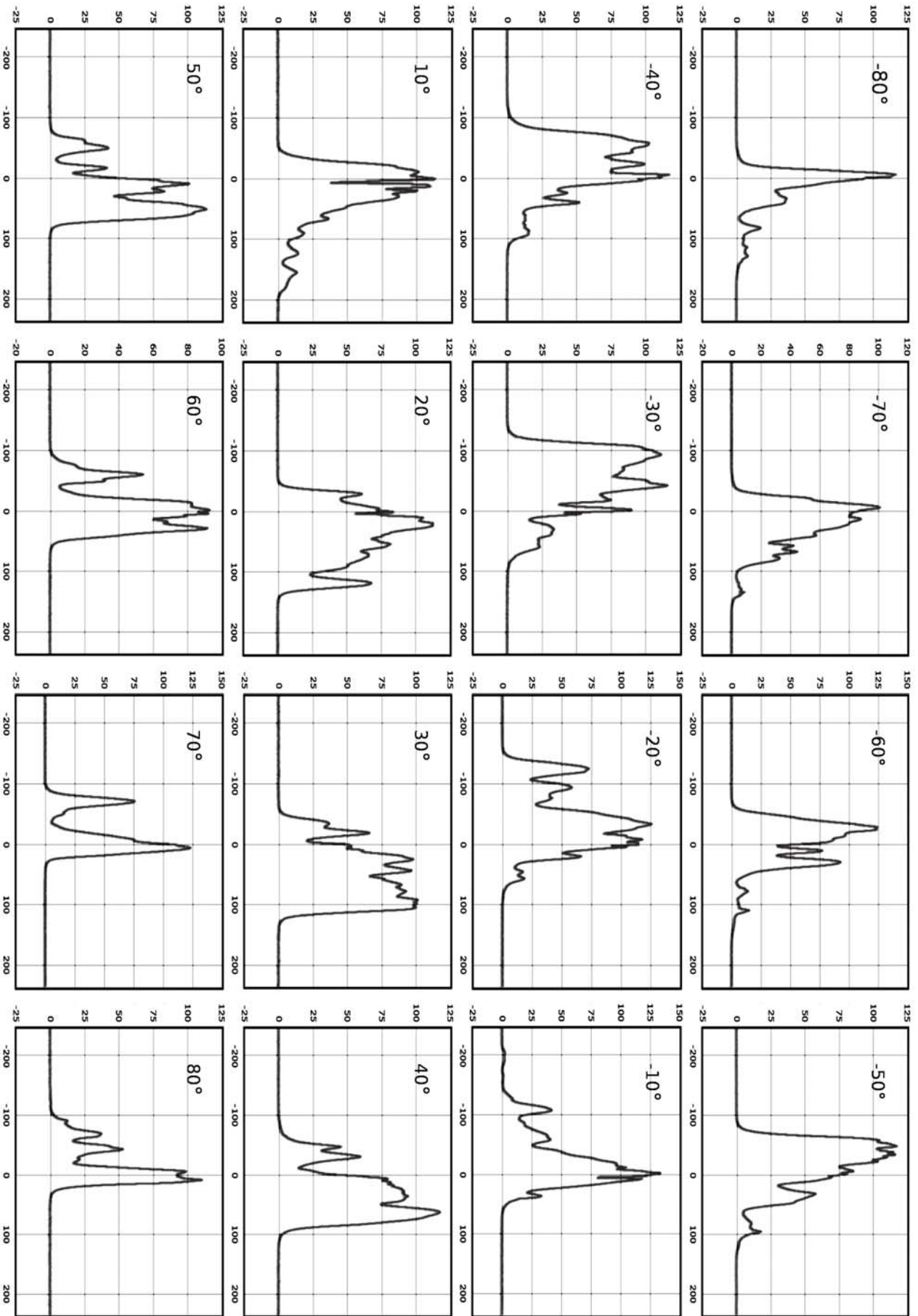
Отсюда получаем, что лучевая скорость равна

$$\begin{aligned} V_R &= V \frac{R_0}{R} \sin l - V_0 \sin l = \\ &= \left(V \frac{R_0}{R} - V_0 \right) \sin l. \end{aligned}$$

Рассмотрим интервал положительных долгот l . Для них величина в скобках может быть как больше, так и меньше нуля. Отрицательным значениям V_R соответствуют достаточно большие величины R , которые из приведенных



Практический тур - 10-11 классы



данных определить не представляется возможным. Напротив, положительным значениям V_R соответствуют малые значения R . Максимальная лучевая скорость достигается при минимальном R , т.е. $R=D$. Тогда, измерив на графике эту лучевую скорость (правый пик для положительных долгот) можно предположить, что данное излучение пришло от ближайших к центру галактики областей, расположенных на расстоянии $R = R_0 \sin l$. Их полная скорость равна

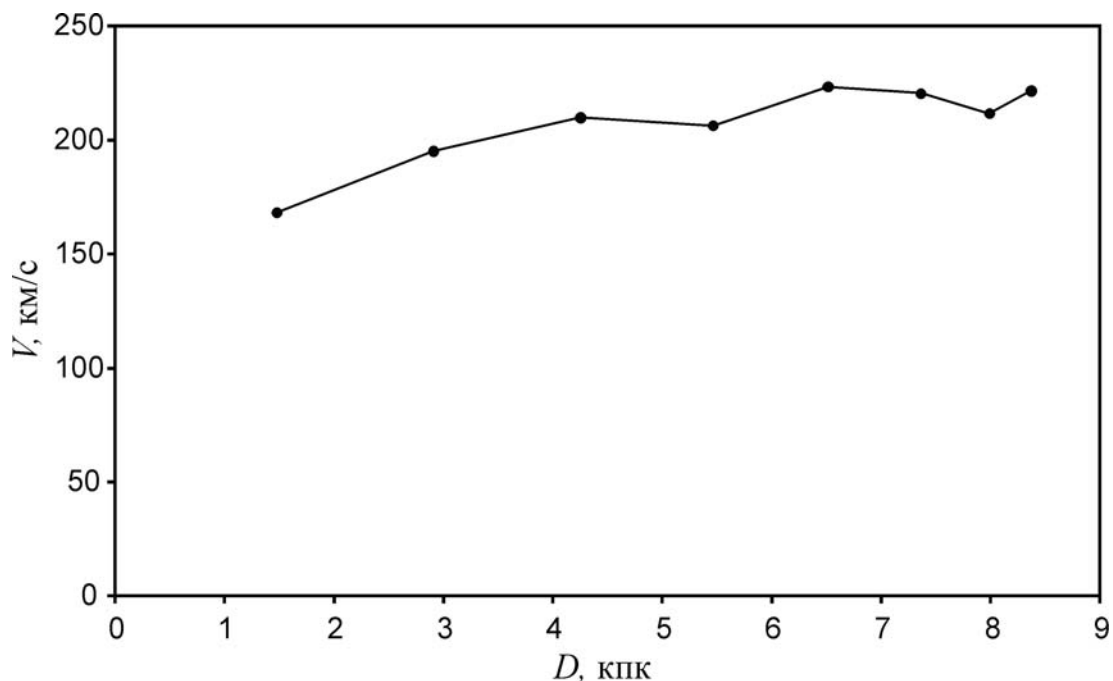
$$V = V_R + V_0 \sin l.$$

Эти рассуждения подходят только для галактических долгот от 0° до 90° . Нетрудно расширить их для галактических долгот от 0° до -90° . В этом случае ближайшее к центру Галактики облако, оказавшееся на луче зрения, будет иметь минимальную лучевую скорость.

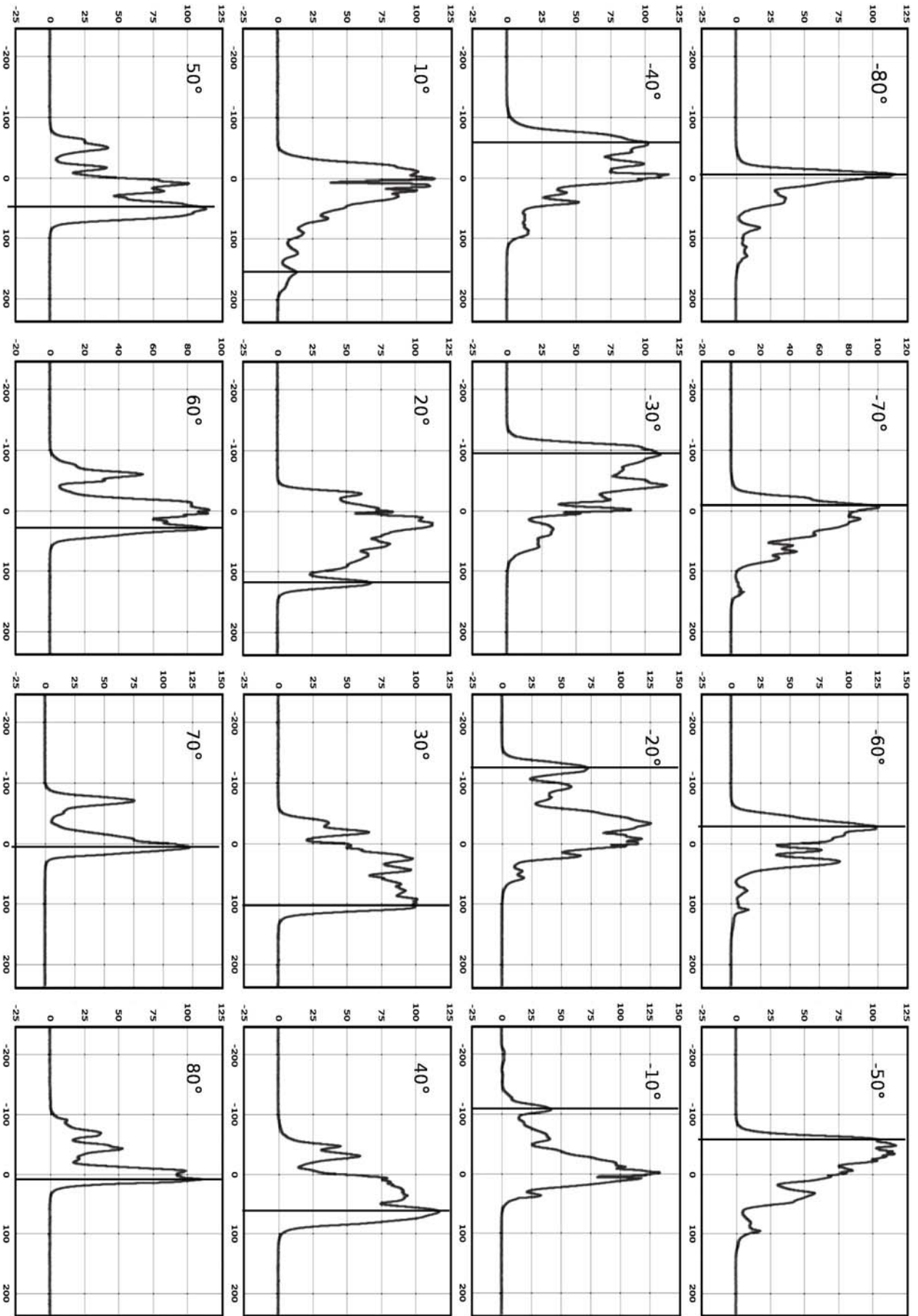
Измерения для равных по модулю галактических долгот необходимо усреднить (взяв скорость для $l < 0$ с противоположным знаком). Результаты измерений приведены в таблице.

$ l $	V_R^+ , км/с	$-V_R^-$, км/с	$\langle V_R \rangle$, км/с	V , км/с	D , кпк
10°	150	110	130	168	1.5
20°	120	120	120	195	2.9
30°	100	100	100	210	4.3
40°	65	65	65	206	5.5
50°	50	60	55	224	6.5
60°	30	30	30	221	7.4
70°	5	5	5	212	8.0
80°	5	5	5	222	8.4

Здесь V_R^+ и V_R^- – лучевые скорости, измеренные для положительных и отрицательных долгот соответственно, а $\langle V_R \rangle$ – соответствующие средние значения. Зависимость $V(D)$ приведена на графике. Как мы видим, кривая вращения Галактики внутри орбиты Солнца относительно "плоская": скорость практически постоянна, начиная с расстояния 1.5 кпк от центра.



Практический тур - 10-11 классы





БЛИЦ-ТЕСТ



IX/X/XI.1

ЧЕТЫРЕ СЕЗОНА

О.С. Угольников

? Перед Вами вид южной части неба вечером вскоре после захода Солнца в Саранске в марте (А), июне (В), сентябре (С) и декабре (D). Линия внизу соответствует горизонту. Поставьте буквы А, В, С и D около соответствующих цифр в таблице на листе ответов.

! Задание можно решить, хорошо зная условия видимости определенных участков звездного неба в разные сезоны. Можно обратить внимание на такую особенность. Так как небо показано для раннего вечера, вскоре после захода Солнца, то вследствие существенной разницы долготы дня в Саранске летом и зимой видимая конфигурация созвездий не соответствует смещению ровно на 6 часов по звездному времени, как это было бы вблизи экватора.

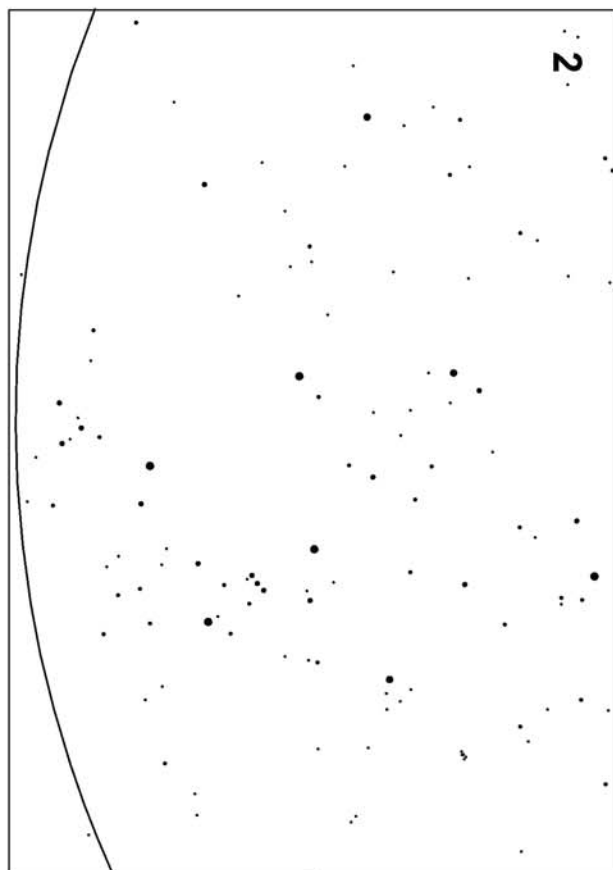
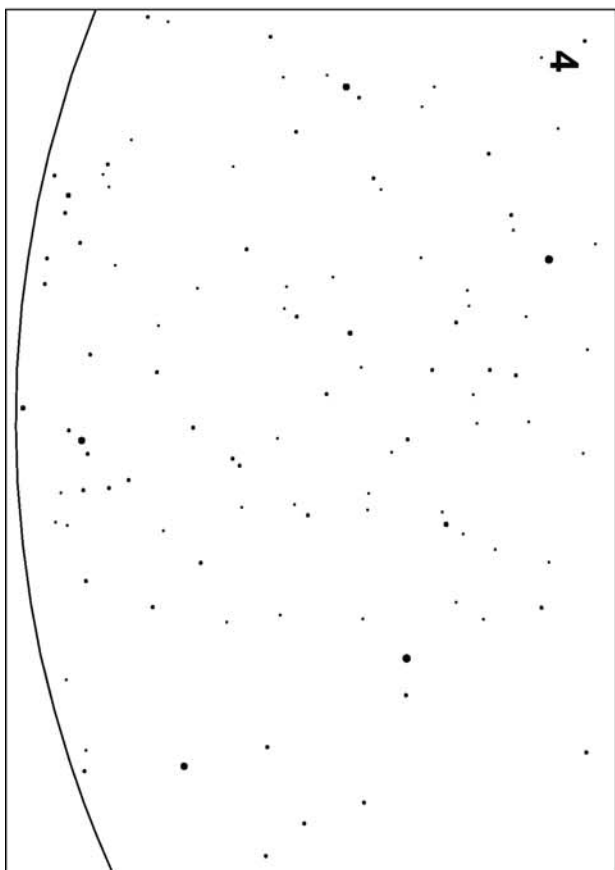
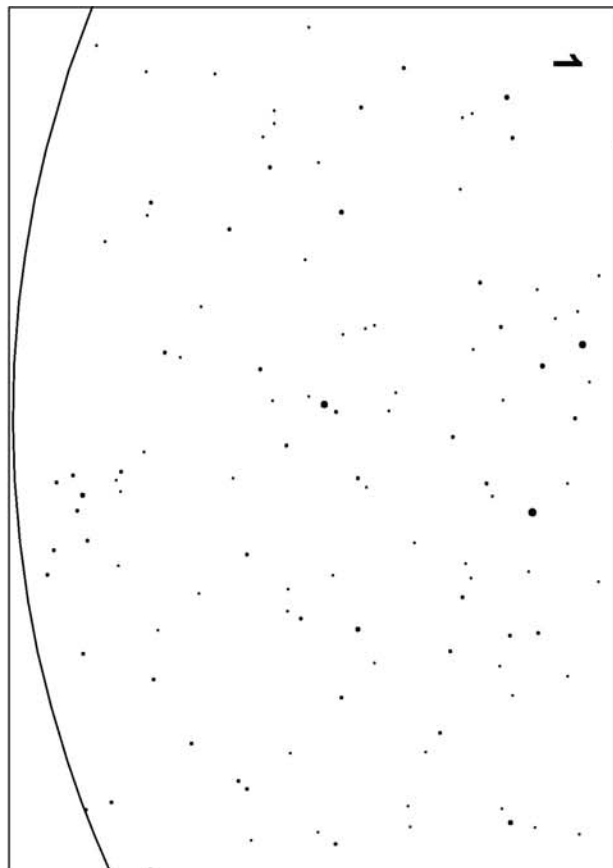
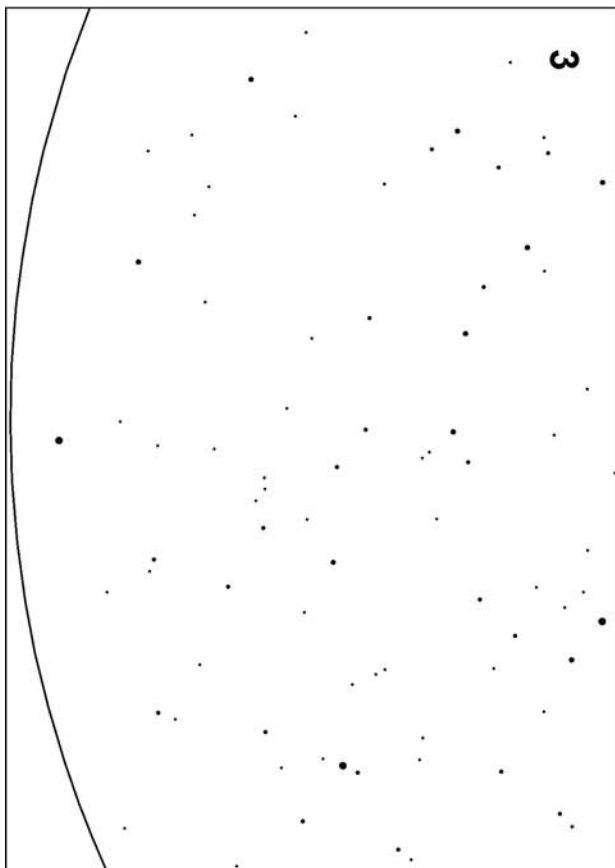
Действительно, июньское изображение соответствует моменту около 22 часов по местному времени, а сентябрьское – гораздо более раннему (примерно 19 часов). Соответствующая разница в звездном времени составит всего около 3 часов, и часть звезд, видимая в левой части рисунка для июня, может быть найдена справа в сентябре. Тот же эффект будет замечен при сравнении рисунков для сентября и декабря, где разница в звездном времени будет также невелика.

С другой стороны, изображение для марта будет полностью отличаться от декабрьского, так как разница в звездном времени составит около 9 часов (из-за более позднего захода Солнца в марте). То же самое относится к сравнению рисунков для марта и июня. В итоге, задание можно решить, даже не зная расположения созвездий на небе в эти сезоны. Для этого нужно найти пары частично перекрывающихся рисунков.

Мы видим, что левая часть рисунка 4 сходится с правой частью рисунка 1 (можно обратить внимание на яркую звезду Альтаир). Левая часть рисунка 1 содержит те же звезды, что и правая часть рисунка 3. Можем сделать вывод, что рисунок 4 соответствует июню, рисунок 1 – сентябрю, рисунок 3 – декабрю. Рисунок 2 не содержит созвездий, видимых на других рисунках, и относится к марту. В итоге, мы имеем ответы:

1	С	3	D
2	А	4	В

Блиц-тест



IX.2

ЗАТМЕНИЕ У ГОРИЗОНТА

О.С. Угольников

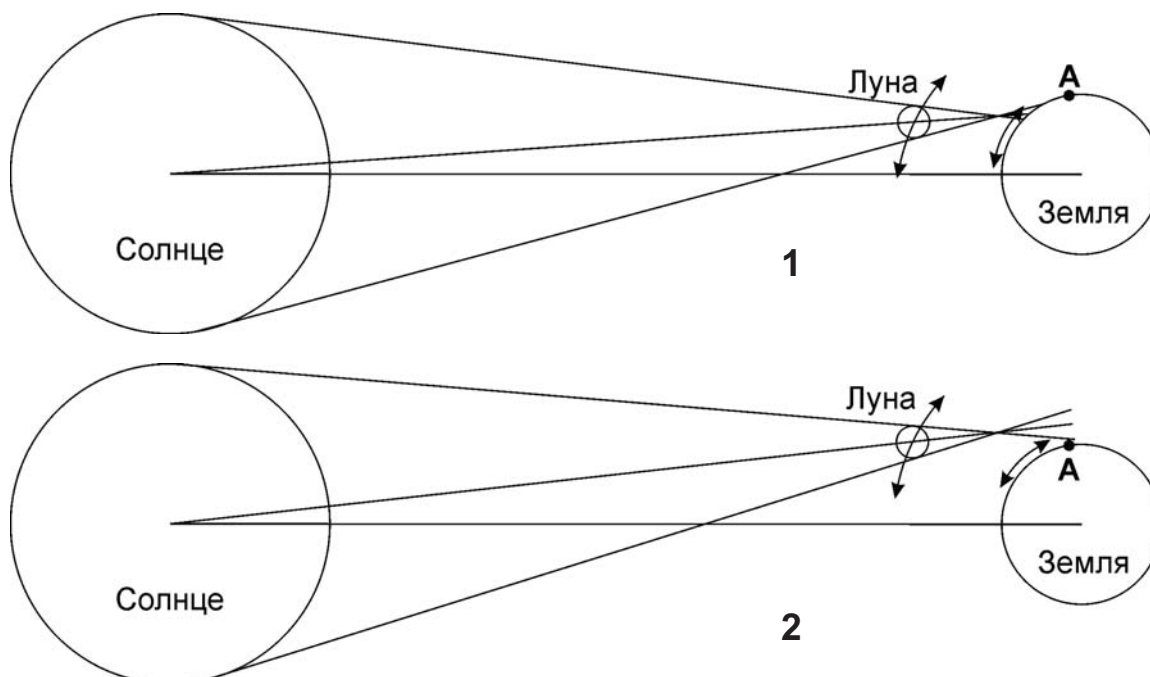
? На фотографии (последняя страница обложки, №2) запечатлены три последовательные стадии кольцеобразного солнечного затмения при наблюдении из некоторого пункта Земли. Отметьте галочками на листе ответов, какие из вариантов 1-4 могут иметь место в этот момент.

1	Начало кольцеобразного затмения на Земле, северное полушарие
2	Начало кольцеобразного затмения на Земле, южное полушарие
3	Окончание кольцеобразного затмения на Земле, северное полушарие
4	Окончание кольцеобразного затмения на Земле, южное полушарие

! Из рисунка нельзя сделать однозначный вывод, какое из изображений Солнца – верхнее или нижнее – было первым в хронологическом порядке, а какое – последним. Но мы можем ответить, в каком из этих случаев кольцеобразное солнечное затмение происходило в каком-то другом пункте Земли на большей высоте над горизонтом, а в каком случае область видимости кольцеобразной фазы находилась на самом лимбе, входя на Землю или сходя с нее.

Рассмотрим верхнее положение Солнца на фотографии. Луна в это время располагалась ниже Солнца. Изобразим положение Солнца, Луны и Земли в проекции «сбоку», расположив наблюдательный пункт А сверху (рисунок 1). Мы видим, что кольцеобразное затмение наблюдается на Земле существенно выше горизонта, причем все продолжение тени Луны находится на поверхности нашей планеты. Данный момент не может быть началом или окончанием кольцеобразного затмения на Земле.

Рассмотрим теперь момент, соответствующий самому низкому положению Солнца на фото (рисунок 2). Центр Луны располагается чуть выше центра Солнца. Если бы Луна располагалась в точности над Солнцем, то в этот момент кольце-



образное затмение уже не могло бы наблюдаться нигде на Земле. В реальности, оно может еще быть видно чуть левее (в проекции фото) пункта, где сделана фотография, но область видимости уже только касается Земли. То есть, самое нижнее изображение примерно соответствует моменту начала или окончания кольцеобразного затмения на Земле.

Если верхнее положение Солнца было первым по времени, то можно сделать вывод, что Солнце заходит, а фото снято во время окончания кольцеобразного солнечного затмения на Земле. Кроме этого, можно заключить, что дело происходило в северном полушарии, так как Солнце заходит, смещаясь вдоль горизонта вправо. Возможен другой вариант – восход Солнца в южном полушарии Земли, и тогда дело происходило в начале кольцеобразного затмения Солнца на нашей планете. Итак, из всех перечисленных в таблице вариантов могут иметь место 2 и 3.

X/XI.2

ЗАТМЕНИЕ У ГОРИЗОНТА

О.С. Угольников

? Перед Вами – фото частной фазы солнечного затмения у горизонта (последняя страница обложки, №3 для 10 класса, №4 для 11 класса). Отметьте галочками на листе ответов, какие из вариантов 1-8 могут иметь место в данном пункте этот момент.

1	Утро, Солнце поднялось над горизонтом, вскоре наступит полная фаза затмения.
2	Утро, Солнце поднялось над горизонтом, вскоре наступит кольцеобразная фаза затмения.
3	Утро, Солнце поднялось над горизонтом, полная фаза произошла до его восхода.
4	Утро, Солнце поднялось над горизонтом, кольцеобразная фаза произошла до его восхода.
5	Вечер, Солнце опускается к горизонту, недавно была видна полная фаза затмения.
6	Вечер, Солнце опускается к горизонту, недавно была видна кольцеобразная фаза затмения.
7	Вечер, Солнце опускается к горизонту, полная фаза наступит после его захода.
8	Вечер, Солнце опускается к горизонту, кольцеобразная фаза наступит после его захода.

! Внимательно рассмотрев обе фотографии или измерив видимые размеры Солнца и Луны на них, мы можем убедиться, что видимый диаметр Луны меньше видимого диаметра Солнца (на фото №3 это очевидно хотя бы потому, что "рога" серпа Солнца практически смыкаются друг с другом). Поэтому, если в данном пункте и может произойти центральное затмение, то оно будет кольцеобразным. Все варианты в таблице, связанные с полным затмением, нереализуемы в данной ситуации.

Чтобы выбрать возможные варианты наблюдения кольцеобразного затмения, обратим внимание, что центр видимого диска Луны располагается почти точно над центром видимого диска Солнца на фото №3 и под ним на фото №4. Так как суточное перемещение Солнца и Луны на небе происходит с востока на запад, а орбитальное движение Луны – с запада на восток, то видимая угловая скорость движения по небу у Луны меньше, чем у Солнца. Если предположить, что на фото №3 Солнце с Луной только что взошли и поднимаются вверх, то Луна должна подниматься чуть медленней. Значит, вскоре может наступить кольцеобразное затмение Солнца. Соответствующая конфигурация показана на рисунке 2 на стр. 40. Если же на фото запечатлен заход Солнца, то аналогичные рассуждения приводят к тому, что кольцеобразное затмение, если оно возможно, уже произошло (стрелки на рисунке в другую сторону). Итак, для фото №3 (10 класс) возможны варианты 2 и 6.

Конфигурация, соответствующая фото №4, показана на рисунке 1 на стр. 40. Если здесь предположить, что Солнце поднимается над горизонтом, то Луна должна подниматься чуть медленней. Значит, кольцеобразное затмение могло произойти только под горизонтом, до восхода Солнца и Луны, и на небе наблюдаться не может. Если же на фото запечатлен заход Солнца, то аналогичные рассуждения приводят к тому, что кольцеобразное затмение, если оно возможно, наступит позже, после захода Солнца (стрелки на рисунке в другую сторону), и опять же не будет видно. Для фото №4 (11 класс) возможны варианты 4 и 8.

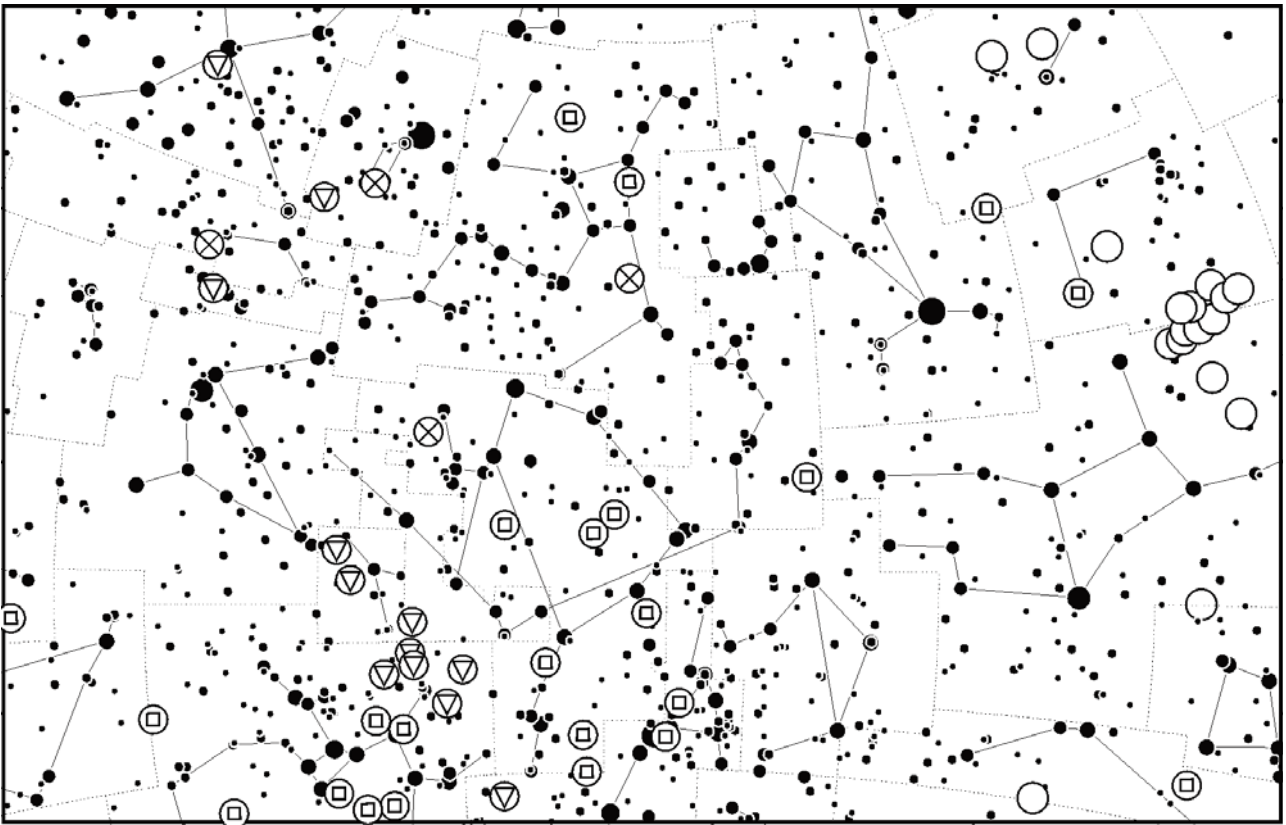
IX/X/XI.3

ДИП-СКАЙ-ТУР

О.С. Угольников

? На карте участка звездного неба разными символами обозначены небесные объекты определенного класса: **A** – рассеянные звездные скопления, **B** – шаровые звездные скопления, **C** – планетарные туманности, **D** – галактики. Поставьте буквы **A**, **B**, **C** и **D** напротив соответствующих символов в таблице на листе ответов.

! Ответ на задание несложно получить, если знать расположение объектов различного типа на небе. К ответу можно прийти и из общих соображений. Через указанный на карте участок неба, сверху вниз в левой части, проходит Млечный Путь – проекция диска Галактики на небесную сферу. В диске расположены молодое звездное население и в частности – рассеянные звездные скопления. Можно сделать вывод, что рассеянные скопления показаны кружками с треугольниками, расположенными в пределах узкой линии точно вдоль Млечного пути. Планетарных туманностей показано мало по сравнению с другими объектами, и их проще узнать по своему самому известному представителю – туманности Кольцо (M57) в созвездии Лиры. Они концентрируются к полосе Млечного Пути, но не так сильно, как рассеянные скопления. Туманности показаны кружками с крестиками. Шаровые скопления расположены в гало Галактики и на небе образуют группу с увеличением плотности к центру Галактики, находящемся внизу карты. Они показаны кружками с квадратами. Далекие галактики избегают



и Млечного Пути, и центра нашей Галактики, так как там они не могут быть видны – их свет поглощается пылью нашей звездной системы. Они видны лишь вдалеке от Млечного пути и показаны пустыми кружками. Итак, ответ выглядит следующим образом:

○	D	⊕	B
⊗	C	▽	A

IX/X.4 ВОСЕМЬ СОСЕДЕЙ

О.С. Угольников

? На диаграмме (на обороте) показано изменение видимой звездной величины в течение года (с Земли) восьми объектов Солнечной системы. Напишите в таблице на листе ответов названия всех восьми объектов.

! Легче всего на диаграмме отметить кривую блеска, соответствующую Солнцу (1) и Луне (с ежемесячными колебаниями, 2). Также легко распознается кривая блеска Меркурия (5), имеющая колебания с периодом около 1/3 года – синодическим периодом этой планеты. Далее, даже не зная характерного блеска планет, можно найти кривую, соответствующую Марсу (7) – планете с длинным синодическим периодом. На диаграмме уместилась лишь его половина от противостояния до соединения. Венера (3), Юпитер (4) и Сатурн (6) определяются по характерным значениям звездной величины. Наконец, линия (8) соответствует Урану, а не какому-либо другому объекту Солнечной системы (например, яркому



астероиду типа Весты или Цереры), так как в противном случае колебания блеска были бы существенно сильнее. Таблица ответов получается следующей:

1	Солнце	5	Меркурий
2	Луна	6	Сатурн
3	Венера	7	Марс
4	Юпитер	8	Уран

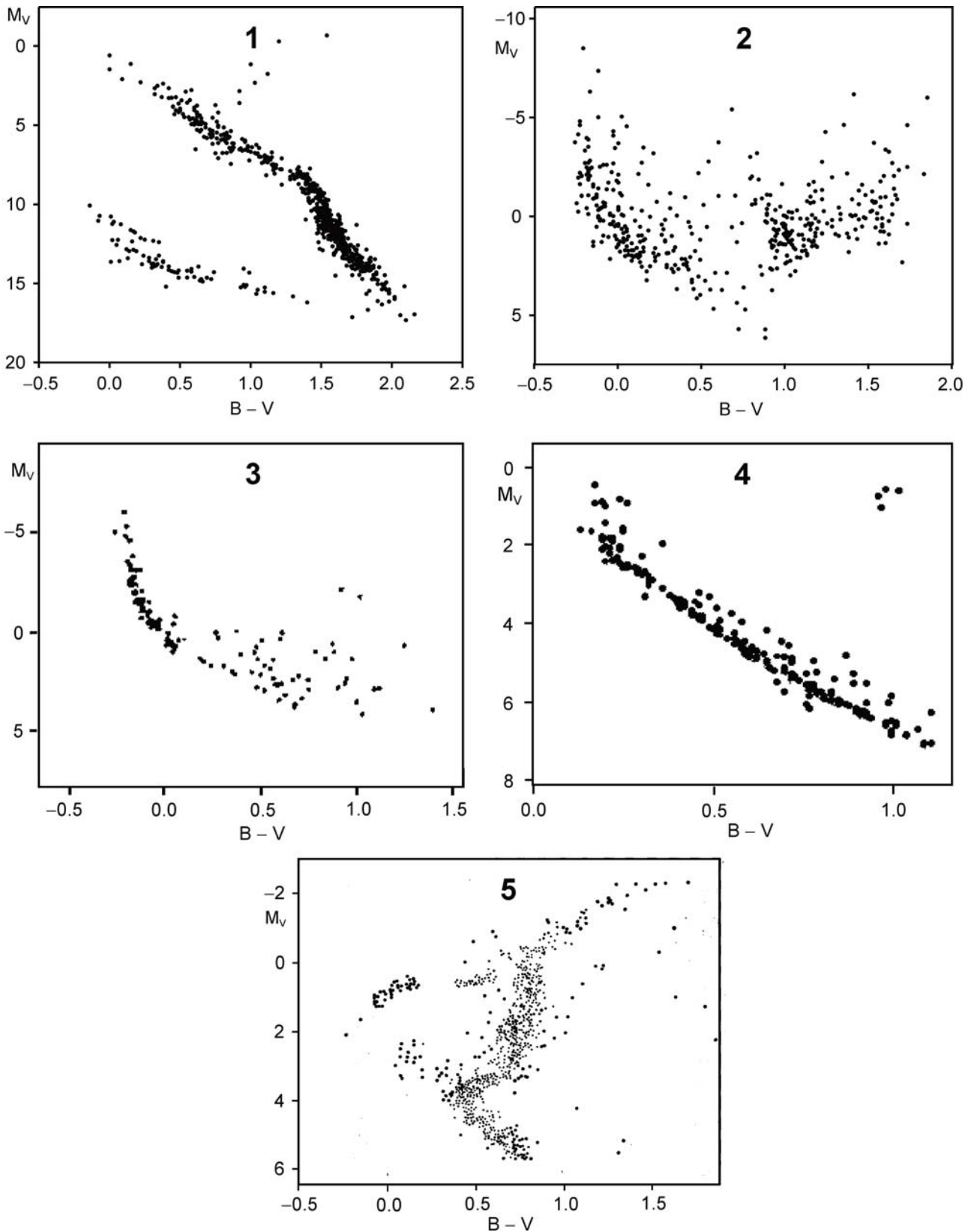
XI.4

МНОЖЕСТВА ЗВЕЗД

О.С. Угольников

? Перед Вами диаграммы «цвет – абсолютная звездная величина» для звезд рассеянного скопления Ясли (возраст 730 млн лет, А), очень молодого рассеянного скопления NGC 6530 в туманности М8 (В), шарового скопления М3 (С), близких звезд (расстояние от Солнца менее 25 пк, D) и ярчайших звезд неба Земли (видимая звездная величина до 4^m, E). Расставьте буквы А, В, С, D, E в соответствующих строках таблицы на листе ответов.

Блиц-тест



! На каждой из диаграмм присутствуют некоторые из популяций звезд общей диаграммы Герцшпрунга-Рессела. Наличие или отсутствие определенных групп звезд определяется их физическим присутствием в данном физическом множестве либо особенностями наблюдений, ограничивающих возможность регистрации разных классов звезд.

На каждой из диаграмм видны звезды той или иной части главной последовательности. На диаграмме 1 присутствует значительная популяция белых карликов, которой нет ни на одной другой диаграмме. Абсолютные звездные величины этих звезд слабее $+10^m$, и наблюдать их в таком количестве мы можем только в непосредственной близости от Солнца. Их нет в рассеянных звездных скоплениях, они не могут также попасть в число ярчайших звезд земного неба. Их может быть очень много в шаровом скоплении, но там невозможно проводить их систематическую фотометрию. Итак, диаграмма 1 соответствует ближайшим звездам (D).

Диаграмма 2 в значительной степени представлена красными гигантами – звездами большого возраста. Но столь же много там молодых голубых горячих звезд, составляющих верхнюю часть главной последовательности. Следовательно, звезды этой диаграммы не объединяют определенную возрастную группу и не могут относиться к одному звездному скоплению. Вместе с отсутствием на ней гораздо более распространенных звезд слабее Солнца это указывает, что это диаграмма для самых ярких звезд земного неба (E).

Оставшиеся три диаграммы – 3, 4 и 5 – соответствуют определенным звездным скоплениям и объединяют звезды одинакового возраста. Самое молодое из этих скоплений – NGC 6530 – не содержит красных гигантов, но должно быть представлено, в частности, яркими голубыми гигантами, еще не завершившими свою эволюцию. Это соответствует диаграмме 3, на которой видна верхняя часть главной последовательности и несколько протозвезд, которые только опускаются к ней. Диаграмма 3 соответствует ответу B.

Более возрастное рассеянное скопление Ясли уже не обладает самыми яркими голубыми гигантами, и в нем уже появилась небольшая группа красных гигантов. Следовательно, буква A соответствует диаграмме 4.

Наконец, последняя диаграмма (5) уже не содержит яркой половины главной последовательности, зато имеет мощную ветвь красных гигантов и горизонтальную ветвь. Это диаграмма шарового скопления M3, населенного старыми звездами (C). В итоге, мы имеем ответы:

1	D
2	E
3	B
4	A
5	C

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Заключительный этап. Саранск, 2016 г. Условия и решения задач. Сборник составлен Центральной предметно-методической комиссией по астрономии Всероссийской олимпиады школьников. Авторы: О.С. Угольников, Е.Н. Фадеев, М.И. Волобуева, А.Н. Акинъчиков.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс.....	3
10 класс.....	9
11 класс.....	14

ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс.....	20
10-11 классы.....	25

БЛИЦ-ТЕСТ	38
------------------------	-----------

