Всероссийская олимпиада школьников по астрономии, 2011 год

Региональный этап

Задания и решения

<u>9 класс</u>

1. Условие. Что такое звездные сутки, звездный месяц, звездный год? Сколько звездных суток и звездных месяцев содержится в одном звездном годе?

1. Решение. Звездные сутки T_1 – период осевого вращения Земли относительно далеких звезд или, то же самое, промежуток времени между двумя последовательными верхними кульминациями одной и той же звезды в некотором пункте Земли. Вследствие орбитального движения Земли данный период несколько меньше солнечных суток – один год содержит на одни звездные сутки больше, чем солнечные. Продолжительность звездных суток составляет 23 часа 56 минут 04 секунды или 0.99727 обычных (солнечных) суток.

Звездный месяц T_2 – период обращения Луны вокруг Земли относительно далеких звезд или промежуток между двумя последовательными соединениями Луны с некоторой звездой. Аналогично, вследствие орбитального движения Земли звездный месяц меньше периода изменений лунных фаз и составляет 27.3217 солнечных суток.

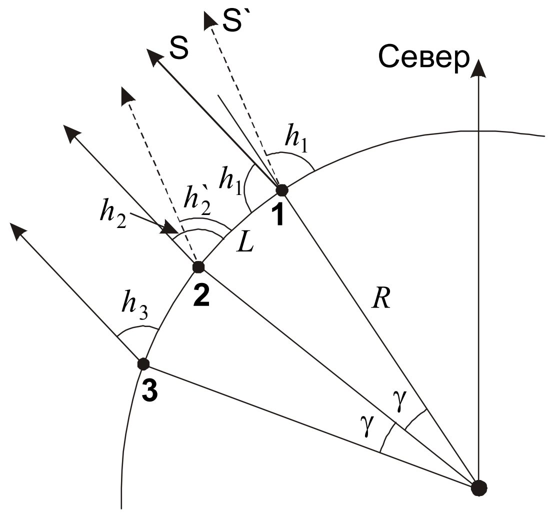
Звездный год T_3 – период обращения Земли вокруг Солнца относительно далеких звезд или промежуток между двумя последовательными соединениями Солнца с некоторой звездой (без собственного движения) вблизи эклиптики. Этот промежуток несколько отличается от обычного тропического года (периода между последовательными моментами весеннего равноденствия) вследствие прецессии земной оси с периодом около 26000 лет. Точка весеннего равноденствия смещается относительно звезд в ту же сторону, что и Солнце, и звездный год на (1/26000) часть длиннее тропического года. Его продолжительность составляет 365.256 дня.

Исходя из этого, получаем число звездных суток (N_1) и звездных месяцев (N_2) в одном звездном годе:

$$N_1 = \frac{T_3}{T_1} = 366.26; \quad N_2 = \frac{T_3}{T_2} = 13.3687.$$

2. Условие. Наблюдатель в северном полушарии наблюдал звезду в верхней кульминации на высоте 80°. Сместившись на юг на 2000 км, он увидел ту же звезду в верхней кульминации на высоте 82°. На какой высоте увидит наблюдатель эту же звезду в верхней кульминации после того, как сместится на юг еще на 2000 км?

2. Решение. По условию задачи, наблюдатель движется строго на юг по меридиану. Изначально он находится в северном полушарии, на расстоянии не менее $\pi R/2$, то есть 10000 км по меридиану от Южного полюса (здесь R – радиус Земли). При перемещении на расстояние L (2000 км) и $2L$ (4000 км) на юг наблюдатель не достигнет южного полюса. Очевидно, что он не сможет пересечь и северный полюс, и останется на том же меридиане, что и в начальном положении (цифра 1 на рисунке). Поэтому верхняя кульминация звезды будет происходить одновременно во всех точках на пути наблюдателя.



Определим величину углового перемещения наблюдателя между положениями 1 и 2:

$$\gamma = L / R$$

Здесь R – радиус Земли. В градусной мере угол γ равен 18°. Если бы верхняя кульминация звезды в пункте 1 происходила к северу от зенита (положение S`), то, как видно на рисунке, в пункте 2 она бы произошла также к северу от зенита на угол γ ниже:

$$h_2` = h_1 - \gamma = 62°.$$

Это противоречит условию задачи. Следовательно, звезда находится в положении S и в пункте 1 кульминирует южнее зенита. Тогда высота ее верхней кульминации в пункте 2 составит

$$h_2 = 180° - h_1 - \gamma = 82°,$$

что соответствует условию задачи. В отличие от пункта 1, в пункте 2 верхняя кульминация произойдет к северу от зенита. То же относится и к пункту 3. Высота звезды в верхней кульминации там будет равна

$$h_3 = h_2 - \gamma = 64°.$$

3. Условие. 8 декабря в 15ч по Всемирному времени на Земле наблюдалось полное солнечное затмение, а 23 декабря в 09ч по Всемирному времени – частное лунное затмение. В какой день декабря того же года (по Всемирному времени) Луна была в фазе первой четверти?

3. Решение. Солнечное затмение происходит в новолуние, в момент соединения Солнца с Луной на небе Земли. Лунное затмение, напротив, может произойти в полнолуние, когда Луна располагается с противоположной стороны от Солнца. Фаза первой четверти наступает между новолунием и полнолунием, когда Луна располагается в 90° от Солнца. Если бы орбита Луны была круговой, момент первой четверти наступил бы в середине временного отрезка между новолунием и полнолунием, то есть 16 декабря в 00ч по Всемирному времени.

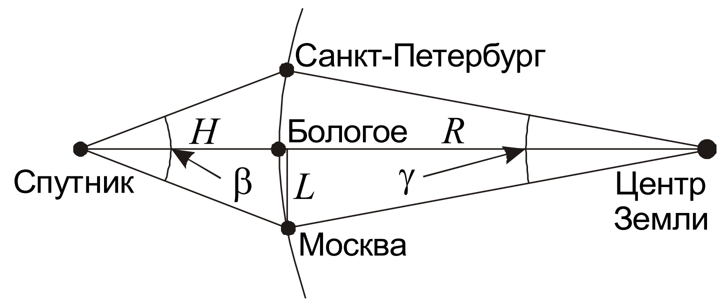
В реальности орбита Луны эллиптическая, хоть и мало отличная от круговой. В соответствии со II законом Кеплера вблизи перигея (ближайшей точке орбиты к Земле) линейная и угловая скорость Луны немного больше, а вблизи апогея – немного меньше. По условию задачи, 8 декабря произошло полное солнечное затмение. В декабре угловой диаметр Солнца близок к максимальному (Земля оказывается ближе всего к Солнцу вблизи Нового Года), и полное затмение может произойти, только если Луна находится рядом с точкой перигея орбиты. Следовательно, угловая скорость движения Луны после 8 декабря выше, чем перед 23 декабря, в противоположной части орбиты, вблизи ее апогея. Луна пройдет отрезок между новолунием и первой четвертью немного быстрее, чем последующий – между первой четвертью и полнолунием. Фаза первой четверти наступит несколько раньше Всемирной полночи 16 декабря. Итак, дата фазы первой четверти – 15 декабря.

4. Условие. В один момент времени искусственный спутник Земли с круговой орбитой оказался над городом Бологое, расположенном посередине между Москвой и Санкт-Петербургом. Угловое расстояние между двумя столицами при наблюдении со спутника было равно 10°. Определите орбитальный период спутника. Расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом равно 630 км.

4. Решение. Для решения задачи нам нужно определить высоту спутника над поверхностью Земли H. Это можно легко сделать, считая угол β, под которым со спутника видно расстояние S (Москва – Санкт-Петербург), малым:

$$H = S / \beta = 3600 \text{ км}.$$

Здесь угол β берется в радианной мере.



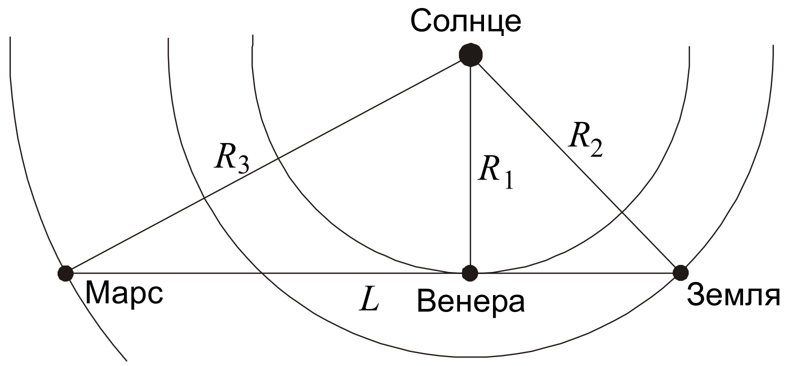
Орбитальный период спутника составит:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+H)^3}{GM}}.$$

Здесь M – масса Земли. Орбитальный период получается равным 10000 секунд или около 2.75 часа.

5. Условие. В один день Венера оказалась в наибольшей восточной элонгации при наблюдении с Земли и в наибольшей западной элонгации – при наблюдении с Марса. Найдите видимый угловой диаметр Марса при наблюдении с Земли в этот день. Орбиты всех планет считать круговыми.

5. Решение. В случае круговых орбит наибольшая элонгация (угловое расстояние от Солнца) внутренней планеты наступает, когда направление на нее из точки наблюдения является касательной линией к ее орбиты. Наибольшая элонгация Венеры по условию задачи восточная для Земли и западная для Марса, следовательно, Венера находится на линии, соединяющей Землю и Марс.



Очевидно, что при наблюдении с Земли в этот день Марс оказался в соединении с Венерой. Расстояние от Земли до Марса равно

$$L = \sqrt{R_3^2 - R_1^2} + \sqrt{R_2^2 - R_1^2} = 2.03 \text{ а.е.}$$

Угловой диаметр Марса в этот день составит

$$d'' = 206265'' \cdot D / L = 4.6''.$$

Здесь D – диаметр Марса.

6. Условие. Планетарная туманность **A** имеет интегральный блеск 10^m и угловой радиус 2.2′. Планетарная туманность **B** имеет интегральный блеск 9^m и угловой радиус 4.5′. Для какой из туманностей при фотографировании потребуется меньшая экспозиция и почему? Считать, что обе туманности выглядят на фотографии как протяженные объекты круглой формы с равномерным распределением яркости.

6. Решение. Очевидно, что для протяженных объектов необходимая экспозиция будет тем больше, чем меньше поверхностная яркость объекта, то есть его яркость, деленная на видимую площадь.

Планетарная туманность **B** по общей яркости превосходит планетарную туманность **A** в 2.512 раза (так как ее блеск на 1^m меньше). Но размеры планетарной туманности **B** больше. Определим соотношение видимых площадей туманностей:

$$\frac{S_B}{S_A} = \frac{r_B^2}{r_A^2} = 4.2.$$

Здесь r_A и r_B – видимые радиусы туманностей. В итоге, несмотря на большую общую яркость, планетарная туманность **B** уступает туманности **A** по поверхностной яркости в 1.7 раза. Поэтому для фотографировании туманности **B** потребуется большая экспозиция.

10 класс

1. Условие. Что такое звездные сутки, звездный месяц, звездный год? Сколько звездных суток и звездных месяцев содержится в одном звездном годе?

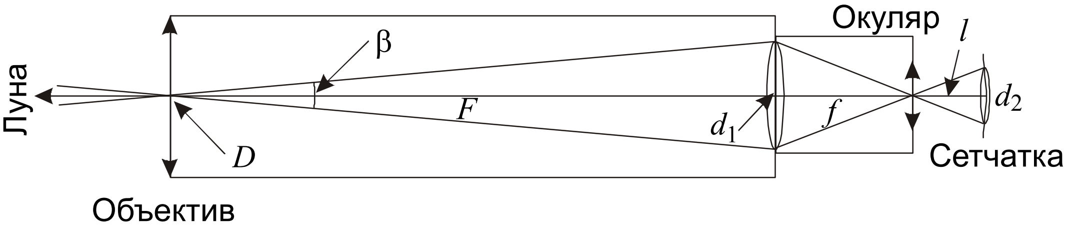
1. Решение. См. задачу 1 для 9 класса.

2. Условие. Наблюдатель в северном полушарии наблюдал звезду в верхней кульминации на высоте 80°. Сместившись на юг на 2000 км, он увидел ту же звезду в верхней кульминации на высоте 82°. На какой высоте увидит наблюдатель эту же звезду в верхней кульминации после того, как сместится на юг еще на 2000 км?

2. Решение. См. задачу 2 для 9 класса.

3. Условие. Астроном наблюдает полную Луну в два телескопа с одинаковыми окулярами с фокусным расстоянием 2.5 см. Объектив первого телескопа имеет диаметр 5 см и фокусное расстояние 1 метр. Второй телескоп имеет объектив диаметром 50 см с фокусным расстоянием 5 метров. Центр диска Луны совпадает с центром поля зрения. Сравните освещенность центральной части глазного дна наблюдателя в обоих случаях.

3. Решение. Построим оптическую схему системы «телескоп – глаз наблюдателя».



Обозначим диаметр объектива через D. На него в единицу времени будет падать световая энергия от Луны в количестве

$$J = I_0 \frac{\pi D^2}{4},$$

где I_0 – поток энергии от полной Луны на Земле. Захваченное объективом излучение будет передаваться на фокальную плоскость, в которой получится изображение диска Луны диаметром

$$d_1 = \beta F,$$

где β – угловой диаметр Луны, а F – фокусное расстояние объектива. Освещенность в центре изображения будет равна

$$S_1 = \frac{4J}{\pi d_1^2} = 4I_0 \frac{D^2}{\beta^2 F^2}.$$

Далее свет проходит систему из окуляра с фокусным расстоянием f и глаза с фокусным расстоянием l. Чтобы весь свет попал в глаз, диаметр выходного пучка δ не должен превышать диаметр зрачка глаза, равный 6 мм. Для диаметра выходного пучка справедливо выражение

$$\delta = D \frac{f}{F}.$$

Для двух рассматриваемых телескопов диаметр выходного пучка получается равным соответственно 1.25 и 2.5 мм, что удовлетворяет указанному условию. В этом случае на сетчатке формируется еще одно изображение диска Луны с размером

$$d_2 = \frac{d_1 l}{f} = \frac{\beta F l}{f}$$

и освещенностью в центре

$$S_2 = \frac{4J}{\pi d_2^2} = 4I_0 \frac{D^2 f^2}{\beta^2 F^2 l^2}.$$

Так как речь идет о центре поля зрения, данная величина не зависит от величины поля зрения окуляра. Отношение величин освещенности сетчатки для первого и второго телескопов составит

$$\frac{S_{21}}{S_{22}} = \frac{D_1^2 F_2^2}{D_2^2 F_1^2} = \frac{1}{4}.$$

Освещенность при использовании второго телескопа будет вчетверо больше, чем при использовании первого телескопа.

4. Условие. Звезда движется относительно Солнца под углом 45° к лучу зрения. При этом ее гелиоцентрическая лучевая скорость равна 20 км/с, а собственное движение – 0.10″ в год. Чему равен тригонометрический параллакс звезды?

4. Решение. Так как звезда движется под углом 45° к лучу зрения, ее лучевая и тангенциальная скорость по модулю равны друг другу, тангенциальная скорость также составляет 20 км/с. Этот вывод в равной степени справедлив как для приближающейся, так и для удаляющейся звезды.

Так как 1 астрономическая единица равна $1.496 \cdot 10^8$ км, а год – $3.156 \cdot 10^7$ секунд, скорость 20 км/с соответствует 4.22 а.е. в год. Получается, что расстояние в 4.22 а.е. видно с Земли под углом 0.10″. Следовательно, звезда удалена от нас на 42.2 парсека, а ее тригонометрический параллакс (угол, под которым видно расстояние в 1 а.е.) составляет (0.10″/4.22) или 0.024″.

5. Условие. Угловой диаметр звезды Бетельгейзе составляет 0.047″, а ее болометрическая звездная величина -2^m. Найти эффективную температуру Бетельгейзе.

5. Решение. Сравним светимости Бетельгейзе (L) и Солнца (L_0), пользуясь законом Стефана-Больцмана:

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \left(\frac{T}{T_0}\right)^4.$$

Здесь R и T – радиус и температура поверхности Бетельгейзе, R_0 и T_0 – радиус и температура поверхности Солнца. Потоки энергии от Бетельгейзе и Солнца на Земле составят

$$F = \frac{L}{4\pi D^2}; \quad F_0 = \frac{L_0}{4\pi D_0^2}.$$

Здесь D и D_0 – расстояния до Бетельгейзе и Солнца. Болометрическая звездная величина есть характеристика суммарного потока энергии от звезды во всех диапазонах электромагнитного спектра. В соответствии с формулой Погсона разница звездных величин Бетельгейзе и Солнца равна

$$m-m_0=-2.5\lg\frac{F}{F_0}=-2.5\lg\frac{L}{L_0}\left(\frac{D_0}{D}\right)^2=-10\lg\frac{T}{T_0}-5\lg\left(\frac{R}{D}\cdot\frac{D_0}{R_0}\right)=-10\lg\frac{T}{T_0}-5\lg\left(\frac{r}{r_0}\right).$$

Здесь r и r_0 – видимые радиусы Бетельгейзе и Солнца. Отсюда

$$\frac{T}{T_0}=\left(\frac{r_0}{r}\right)^{1/2}10^{0.1(m_0-m)}.$$

Болометрическая звездная величина Солнца (-26.8^m) практически не отличается от видимой, что характерно для зеленоватых и желтых звезд. Подставляя численные значения, получаем температуру Бетельгейзе: около 3900 K.

Тот же самый результат можно получить и более простым способом. Для этого нужно вспомнить, что поверхностная яркость звезды (яркость, деленная на видимую площадь диска) не зависит от расстояния до нее и определяется только эффективной температурой звезды, точнее, пропорциональна четвертой степени температуры. Отношение поверхностных яркостей Бетельгейзе и Солнца составляет

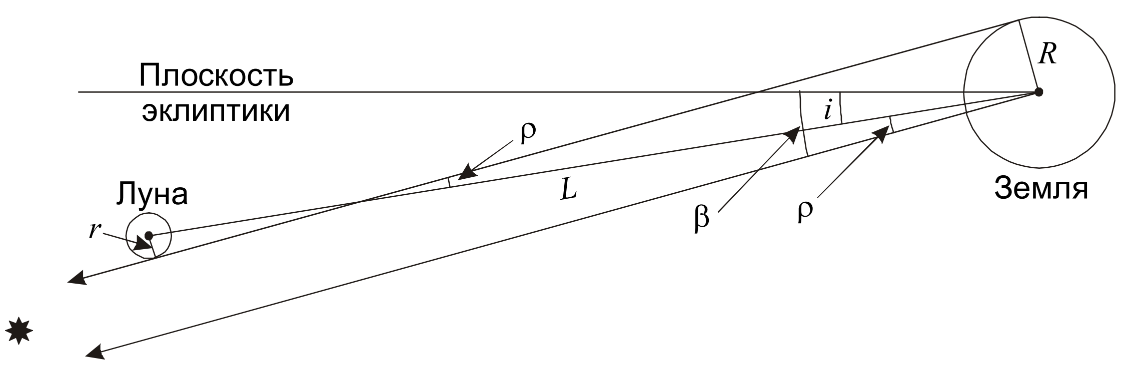
$$\frac{j}{j_0}=\left(\frac{J}{r^2}\right)/\left(\frac{J_0}{r_0^2}\right)=10^{0.4(m_0-m)}\,\frac{r_0^2}{r^2}.$$

Здесь J и J_0 – значения болометрической яркости Бетельгейзе и Солнца при наблюдении с Земли. Беря корень 4-й степени из последнего выражения, получаем ту же формулу:

$$\frac{T}{T_0}=\left(\frac{r_0}{r}\right)^{1/2}10^{0.1(m_0-m)}.$$

6. Условие. На небе около 6000 звезд, видимых невооруженным глазом. Считая, что они распределены по небу равномерно, оцените, сколько из них могут покрываться Луной при наблюдении с Земли.

6. Решение. Плоскость орбиты Луны образует сравнительно небольшой угол с плоскостью орбиты Земли (плоскостью эклиптики), поэтому при наблюдении с Земли Луна может закрывать собой звезды, находящиеся неподалеку от линии эклиптики на небесной сфере. Определим максимальное угловое расстояние между эклиптикой и звездой, покрываемой Луной.



Пусть линия, связывающая центры Земли и Луны, образует угол i с плоскостью эклиптики, а расстояние между Землей и Луной равно L. На рисунке показаны условия покрытия звезды с максимальным удалением от эклиптики β. Это покрытие будет видно из одной точки Земли. Из рисунка видно, что

$$\beta = i + \rho,$$

причем

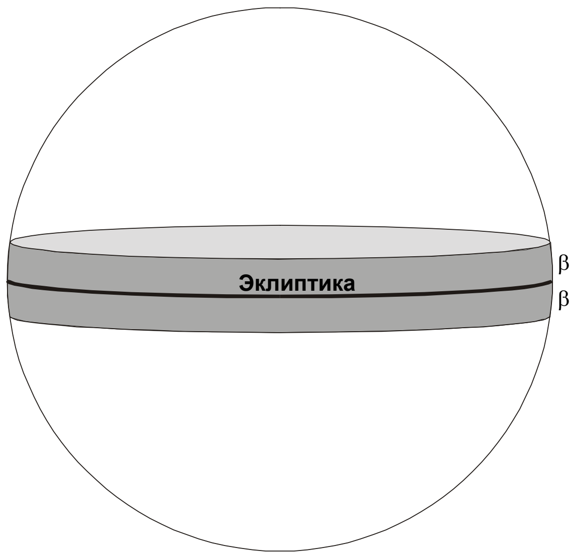
$$\rho L = R + r.$$

Здесь R и r – радиусы Земли и Луны. В итоге,

$$\beta = i + (R + r)/L.$$

Нас интересует максимальное значение угла β. Поэтому в данную формулу нужно поставить максимальную величину угла i, равную наклонению лунной орбиты к плоскости эклиптики (5.15°) и минимальное значение расстояния L, соответствующее перигею орбиты Луны (356 тыс. км). Значение угла β составляет 6.45° или 0.113 радиан.

Как известно, лунная орбита прецессирует вокруг полюса эклиптики с периодом 18.6 лет, вращается и ее линия апсид. Поэтому за определенный период времени может произойти покрытие Луной любой звезды, находящейся к эклиптике ближе, чем на угол β. Иными словами, звезды, покрываемые Луной, занимают на небесной сфере пояс вокруг линии эклиптики толщиной в 2β (см. рисунок).



По нашему предположению, звезды заполняют небесную сферу равномерно. Тогда нам нужно вычислить площадь указанного пояса. Так как угол β невелик, пояс можно считать цилиндрическим, и его площадь составит

$$S_1 = 4\pi\beta.$$

Радиус небесной сферы здесь принят за единицу. Из всех звезд небесной сферы, видимых невооруженным глазом (их число N) в данный пояс попадает часть, соответствующая доле площади небесной сферы S, попадающей в пояс. Число звезд, у которых мы можем наблюдать покрытия Луной, равно

$$N_1 = N \cdot \frac{S_1}{S} = N \cdot \frac{2\pi \cdot 2\beta}{4\pi} = N \cdot \beta \approx 680.$$

11 класс

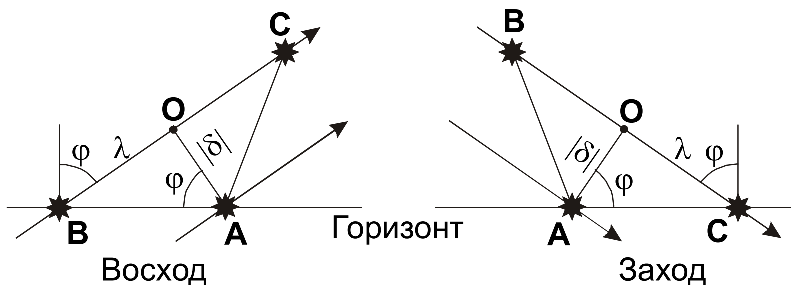
1. Условие. Сколько звездных суток проходит между двумя последовательными геоцентрическими соединениями Луны с некоторой звездой вблизи эклиптики?

1. Решение. По определению, звездный (сидерический) период обращения Луны T_2 есть период времени между двумя последовательными геоцентрическими соединениями Луны с какой-либо звездой. Этот период равен 27.3217 солнечных суток. Звездные сутки T_1 – период осевого вращения Земли относительно далеких звезд или, то же самое, промежуток времени между двумя последовательными верхними кульминациями одной и той же звезды в некотором пункте Земли. Вследствие орбитального движения Земли данный период несколько меньше солнечных суток – один год содержит на одни звездные сутки больше, чем солнечные. Продолжительность звездных суток составляет 23 часа 56 минут 04 секунды или 0.99727 обычных (солнечных) суток. Число звездных суток в звездном месяце равно

$$N = \frac{T_2}{T_1} = 27.396.$$

2. Условие. При наблюдении с широты +55° звезда **A** со склонением –2° взошла одновременно со звездой **B**, а зашла одновременно со звездой **C**. Чему равна разность прямых восхождений звезд **B** и **C**, если они находятся на небесном экваторе? Рефракцией пренебречь.

2. Решение. Изобразим конфигурацию звезд во время восхода и захода звезды **A**. Очевидно, что угловые расстояния между звездами невелики, и картину можно считать плоской.



Обозначим через **O** точку небесного экватора, имеющую то же прямое восхождение, что и звезда **A**. Тогда точка **O** и звезда **A** лежат на одном круге склонения. Соединяющий их отрезок **OA** перпендикулярен проекции небесного экватора на картинную плоскость, содержащей саму точку **O** и звезды **B** и **C**. Длина отрезка **OA** равна модулю склонения звезды **A**, |δ|. Из рисунка видно, что при восходе и заходе этот отрезок образует с горизонтом угол, равный широте места наблюдения φ. Получаем:

$$\lambda = \mathbf{OB} = \mathbf{OC} = |\delta| \operatorname{tg} \varphi;$$
$$\mathbf{BC} = 2\lambda = 2\,|\delta| \operatorname{tg} \varphi = 5.7°.$$

Переводя эту величину в часовую меру, в которой обычно выражается прямое восхождение, получаем 23 минуты. Звезда **B** восходит и заходит позже звезды **C**, и ее прямое восхождение на 23 минуты больше, чем у звезды **C**.

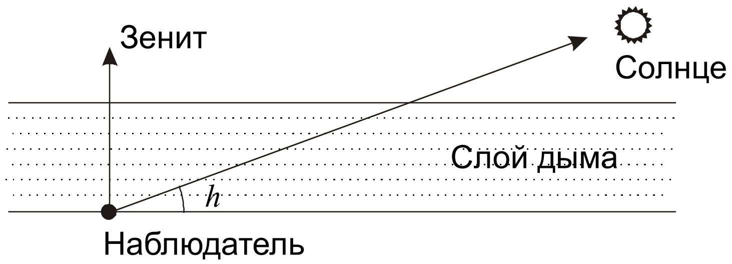
3. Условие. В период задымления от лесных пожаров в центральной России летом 2010 года наблюдатель заметил, что Солнце на высоте 20° над горизонтом имело ту же видимую яркость, какая бывает у полной Луны вблизи зенита на ясном небе при чистой атмосфере. Исходя из этого, оцените суммарную массу дымовых частиц, находившихся над одним квадратным метром земной поверхности в этих районах. Считать, что поглощение света в чистой атмосфере в зените равно 0.2^m, а дым состоит из черных частиц радиусом 1 мкм и плотностью 0.6 г/см^3. Также считать, что поглощение света соответствует законам геометрической оптики (дифракцией на частицах пренебречь).

3. Решение. Звездная величина Солнца при отсутствии атмосферного поглощения составляет -26.8^m, а звездная величина полной Луны в тех же условиях составляет -12.7^m. Вблизи зенита атмосферное поглощение делает Луну слабее на 0.2^m, то есть ее блеск становится равным -12.5^m. Такой же блеск оказался у Солнца на высоте h (20°) над горизонтом в задымленной атмосфере. Величина поглощения солнечного излучения составила

$$m_h = -12.5 - (-26.8) = 14.3^m.$$

Для высоты 20°, учитывая оценочный характер задачи, вполне можно использовать плоскопараллельную модель атмосферы (см. рисунок). Атмосфера разделяется на горизонтальные слои, в каждом из которых поглощение пропорционально длине пути луча света сквозь слой. Тогда поглощение света в зените будет равно

$$m = m_h \sin h = 4.9^m.$$



При наличии в атмосфере нескольких поглощающих компонент соответствующие величины поглощения складываются. Из полученной величины 4.9^m на долю чистого атмосферного воздуха приходится 0.2^m. Остальные 4.7^m (обозначим эту величину m_S) связаны с дымом.

Как известно, поглощение на 1^m соответствует уменьшению яркости в $10^{0.4}$ или 2.512 раза. Учитывая это, мы можем перевести величину m_S в значение вертикальной оптической толщины дыма:

$$\tau_S = \ln(10^{0.4 \cdot m_S}) = \ln(10^{0.4}) \cdot m_S = 0.921 \cdot m_S = 4.3.$$

Смысл данной величины в данном случае заключается в том, что среднее число дымовых частиц, которые окажутся на пути вертикального луча света, составляет 4.3.

Каждая частица дыма создает для излучения заслон площадью $\sigma = \pi r^2$, где r – радиус частицы. Над площадью S на поверхности Земли будет находиться N частиц с выполнением условия:

$$N \cdot \sigma = S \cdot \tau_S,$$

то есть, дымовые частицы будут «накрывать» поверхность Земли 4.3 слоями. Отсюда мы получаем

$$N = \frac{S \cdot \tau_S}{\sigma} = \frac{S \cdot \tau_S}{\pi r^2}.$$

Чтобы получить суммарную массу, нужно полученное число умножить на массу одной частицы:

$$M = N \cdot \frac{4}{3}\pi\rho r^3 = \frac{4}{3} S \cdot \tau_S \cdot \rho \cdot r.$$

Здесь ρ – плотность частиц. Подставляя численные данные, получаем 1.7 грамм на один квадратный метр поверхности Земли. Столь небольшая масса дыма создает сильный оптический (и не только) эффект благодаря тому, что эта масса распределена среди огромного количества мелких частиц.

4. Условие. Двойная звезда состоит из одинаковых компонент солнечного типа, обращающихся по круговой орбите вокруг общего центра масс. Система является затменной переменной, а линия водорода Hα (6563 Å) каждые 5 лет сначала раздваивается на 1.0 Å, а потом вновь сливается воедино. Чему равно расстояние между звездами?

4. Решение. Так как система является затменной переменной, звезды периодически оказываются на одном луче зрения одна за другой. При этом звезды не являются гигантами, а система – не тесная (на это указывает период спектральных изменений). Следовательно, плоскость орбит звезд образует малый угол с лучом зрения. Во время затмений звезды будут иметь равные лучевые скорости относительно Земли, и линии от обеих звезд в спектре системы сольются воедино. Однако, через четверть орбитального периода одна из звезд будет двигаться с орбитальной скоростью v в сторону Земли, а другая – с той же скоростью от Земли. Разница их лучевых скоростей составит $2v$. Разница наблюдаемых длин волн линии Hα в спектрах звезд составит

$$\Delta\lambda = \lambda \cdot (1 + \frac{v}{c}) - \lambda \cdot (1 - \frac{v}{c}) = \lambda \cdot \frac{2v}{c}.$$

Здесь λ – длина волны линии Hα, c – скорость света. Отсюда можно вычислить орбитальную скорость звезд:

$$v = c\frac{\Delta\lambda}{2\lambda},$$

что составляет 23 км/с. Максимальное расхождение линий наблюдается дважды за орбитальный период T, который, таким образом, составляет 10 лет. Радиус орбиты каждой из звезд составляет

$$R = \frac{v \cdot T}{2\pi} = 7.7 \text{ } a.e.$$

Расстояние между звездами есть удвоенная величина радиуса – около 15 а.е. Система действительно не является тесной, расстояние между звездами значительно больше их размеров.

5. Условие. Угловой диаметр звезды Бетельгейзе составляет 0.047″, а ее болометрическая звездная величина -2^{m}. Найти эффективную температуру Бетельгейзе.

5. Решение. См. задачу 5 для 10 класса.

6. Условие. Скопление галактик имеет видимый диаметр 1° и состоит из 1000 галактик, похожих на нашу Галактику. Красное смещение скопления равно 0.1. Оцените, с какой частотой в этом скоплении будут происходить столкновения галактик.

6. Решение. Красное смещение скопления галактик z сравнительно невелико. Скорость удаления скопления от нас составляет

$$v = c \cdot z = 30000 \text{ км/с}.$$

Здесь c – скорость света. По закону Хаббла мы можем определить расстояние до скопления

$$L = \frac{v}{H} = \frac{c \cdot z}{H}.$$

Здесь H – постоянная Хаббла. Расстояние получается равным 420 Мпк. Считая для простоты скопление шарообразным, мы можем также определить его радиус:

$$R = \frac{L \cdot \delta}{2} = \frac{c \cdot z \cdot \delta}{2H}.$$

Здесь δ – угловой диаметр скопления, выраженный в радианах. Радиус скопления галактик равен 3.5 Мпк или 10^{23} м.

Скопления галактик гравитационно связаны. Этот факт позволяет нам оценить характерные скорости галактик в скоплении как примерно равные первой космической скорости на краю скопления:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GNm}{R}}.$$

Здесь M – масса всего скопления, N – число галактик в нем, m – масса одной галактики. Так как по условию задачи галактики похожи на нашу Галактику, примем их массу за 10^{12} масс Солнца или $2 \cdot 10^{42}$ кг. Величина скорости получается равной около 1000 км/с. Направления движения галактик самые разные, и характерную относительную скорость галактик друг мимо друга мы можем считать такой же.

Для оценки частоты столкновений примем, что радиус каждой галактики r составляет 20 кпк или $6 \cdot 10^{20}$ м. Это подходит и к спиральным галактикам наподобие нашей, так как они имеют сферическое гало подобного радиуса. Для того, чтобы произошло столкновение, центрам галактик достаточно оказаться на расстоянии $2r$ друг от друга. Поэтому для вычисления частоты столкновений одной конкретной галактики со всеми другими мы можем принять ее радиус равным $2r$ и скорость v, а остальные галактики считать точечными и неподвижными. Концентрация этих галактик составит

$$n = \frac{N}{V_0} = \frac{3N}{4\pi R^3}.$$

Здесь V_0 – объем скопления галактик. За время T галактика, которую мы рассматриваем, в своем движении прочертит цилиндр с объемом

$$V = 4\pi r^2 vT.$$

Характерное время столкновения для одной галактики – это такая величина *T*, при котором в объем *V* попадет ровно одна другая (точечная) галактика, то есть:

$$n \cdot V = 4\pi r^2 vT \frac{3N}{4\pi R^3} = 1.$$

Отсюда

$$T = \frac{R^3}{3Nr^2 v}.$$

Численная подстановка дает нам значение 10^{18} секунд или $3 \cdot 10^{10}$ лет. По порядку величины это сравнимо с возрастом Вселенной. Однако данный временной отрезок характеризует лишь столкновения одной конкретной галактики со всеми остальными. Если же просуммировать все возможные попарные столкновения галактик, то, очевидно, они будут происходить в (N/2) раз чаще. Характерный интервал между столкновениями составит

$$T_0 = \frac{2T}{N} = \frac{2R^3}{3N^2 r^2 v}$$

или $6 \cdot 10^7$ лет. Это уже значительно меньше характерного возраста Вселенной и самих галактик. Поэтому столкновения происходят в скоплении в достаточно большом количестве. Более того, само время столкновения (равное $4r/v$) имеет тот же порядок величины. Следовательно, с большой вероятностью в настоящий момент в скоплении протекает хотя бы одно столкновение галактик.