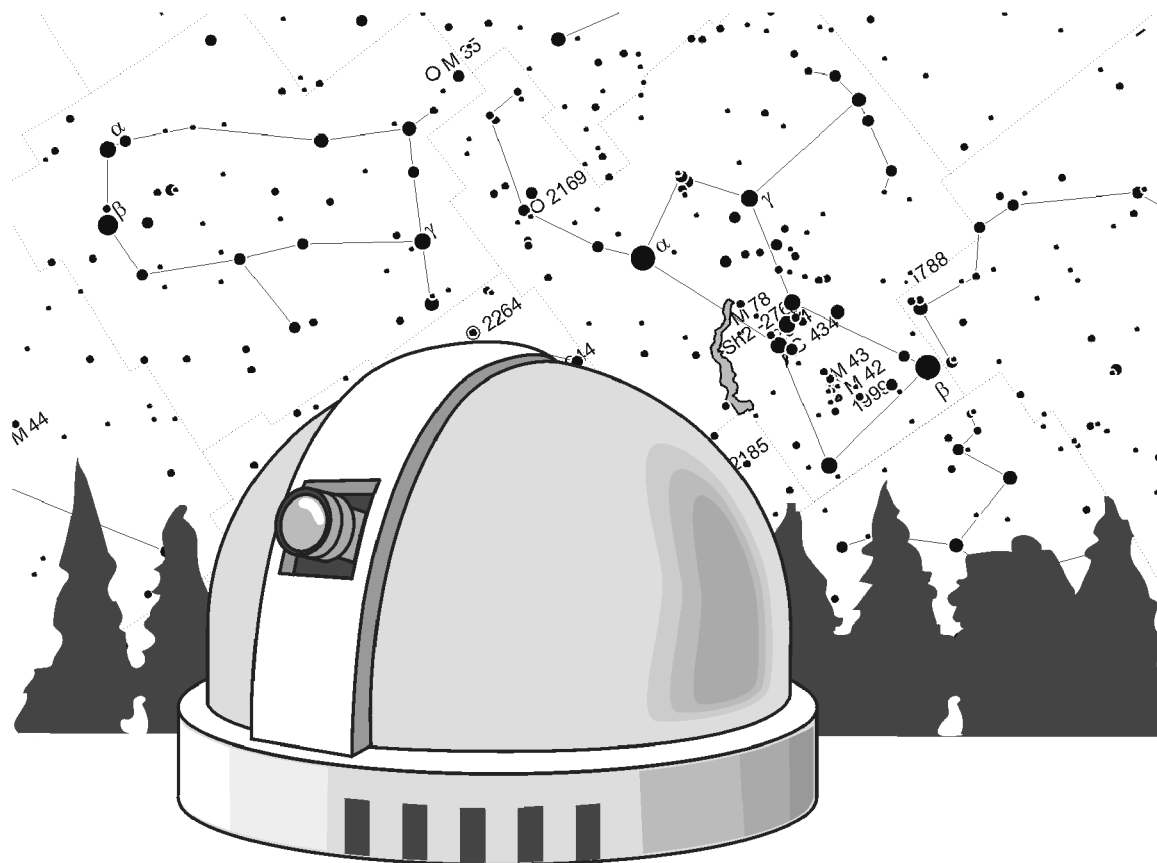


Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное агентство по образованию  
Академия повышения квалификации и профессиональной  
переподготовки работников образования



## XVII Всероссийская Олимпиада школьников по астрономии

Условия и решения задач

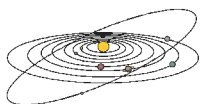
Анапа, 2010 г.

**XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Анапа, 5-11 апреля 2010 года. Условия и решения задач теоретического и практического туров. 2010. 38 стр.**

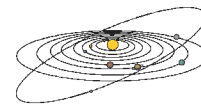
Задания разработаны Центральной предметной методической комиссией по астрономии Всероссийской олимпиады школьников.

*Редакторы сборника:* А.С. Расторгуев, О.С. Угольников, А.М. Татарников, Е.Н. Фадеев.

*Оригинал-макет и верстка:* О.С. Угольников.



# ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР



## Две Олимпиады (О.С. Угольников)

Класс:

**9 10 11**

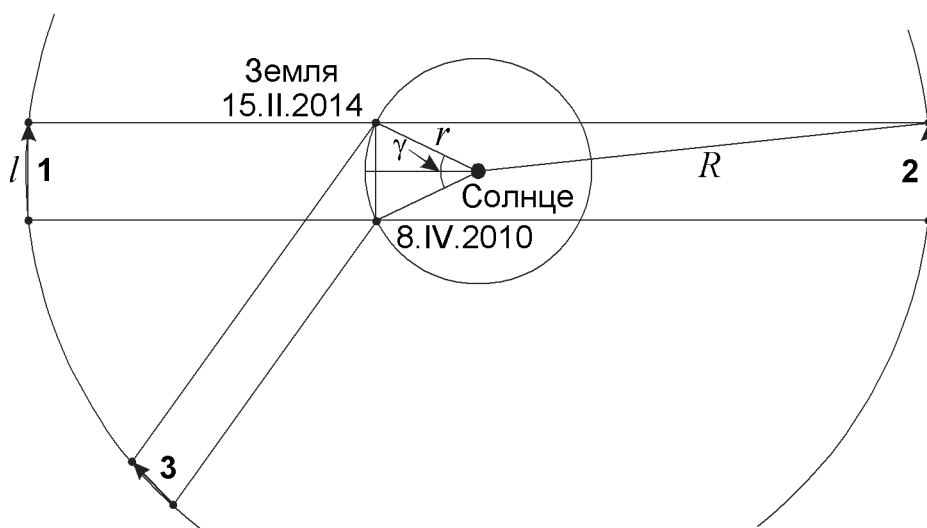
Задача:

**1**

**?** В середине двух олимпиад, проходящих в Краснодарском крае – XVII Всероссийской олимпиады по астрономии (Анапа, 8 апреля 2010 г.) и XXII Зимних Олимпийских игр (Сочи, 15 февраля 2014 г.) некий транснептуновый объект с круговой орбитой наблюдается в одной и той же точке неба (относительно звезд). Найдите минимально возможное значение радиуса орбиты этого объекта. Орбиту Земли считать также круговой, астрономической абберацией пренебречь.

**!** Изобразим на рисунке орбиту Земли и ее положения в две указанные даты.

За период между этими датами Земля совершила три полных оборота вокруг Солнца и сделала большую часть четвертого оборота, до его завершения ей осталось пройти дугу с углом  $\gamma$ . Считая орбиту Земли круговой и ее движение по ней равномерным, находим этот угол:



$$\gamma = 360^\circ \frac{52}{365.25} = 51^\circ.$$

Здесь было принято, что продолжительность года составляет ровно 365.25 суток, и положения Земли 8 апреля 2010 и 2014 годов совпадают. Тогда четвертый оборот Земля завершит 8 апреля 2014 года, то есть через 52 дня после середины XXII зимних Олимпийских игр. Расстояние между двумя положениями Земли составляет

$$l = 2r \sin \frac{\gamma}{2} = 0.86 \text{ а.е.}$$

## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

По условию задания, в обе даты транснептуновый объект оказывается в одной и той же точке неба. Это означает, что направления от Земли к этому объекту в эти даты параллельны друг другу. Объект движется по круговой орбите с радиусом, большим радиуса Нептуна (чей период обращения составляет 165 лет), и за 4 неполных года сделал лишь малую часть своего оборота вокруг Солнца. Его перемещение за это время с хорошей точностью можно считать отрезком прямой линии.

Так как требуется найти минимально возможное значение радиуса орбиты объекта, нужно рассмотреть случай, при котором скорость и перемещение будут максимальными. Из рисунка видно, что в плоскости эклиптики этот случай достигается в положениях 1 и 2, когда перемещение объекта происходит параллельно линии перемещения Земли между указанными датами. В других положениях (в частности, в положении 3) перемещение и скорость объекта будут меньшими.

Объект может и не находиться в плоскости эклиптики, но и в этом случае максимально возможное перемещение объекта составит 0.86 а.е. Время между двумя датами, выраженное в годах, составляет

$$t = 4 - \frac{52}{365.25} = 3.86.$$

Скорость объекта получается равной (0.86/3.86) или 0.223 а.е. в год, что чуть более 1 км/с. По III закону Кеплера получаем соотношение между орбитальной скоростью  $v$  и радиусом круговой орбиты  $a$ :

$$\frac{a^3}{T^2} = a \left( \frac{a}{T} \right)^2 = \frac{av^2}{4\pi^2} = const; \quad av^2 = const.$$

Земля движется по орбите с радиусом 1 а.е. со скоростью  $(2\pi)$  а.е. в год. Следовательно, радиус орбиты транснептунового объекта, выраженный в астрономических единицах, составляет

$$R = \left( \frac{2\pi}{0.223} \right)^2 = 790.$$

Объект располагается значительно дальше пояса Койпера и, по-видимому, относится к внутренним областям облака Оорта.



### Две звезды – Россия (Е.Н. Фадеев, О.С. Угольников)

Класс: **9**

Задача: **2**

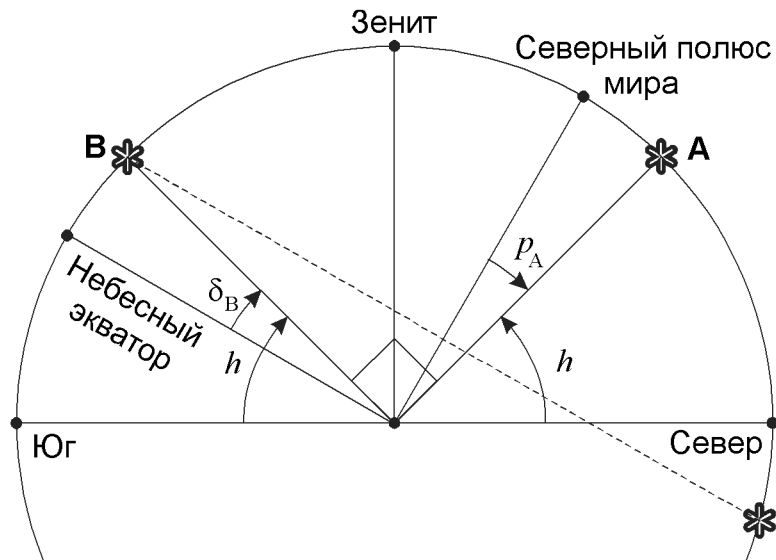
**?** Северное полярное расстояние звезды А равно склонению звезды В. Верхняя кульминация звезды В происходит на той же высоте, что и нижняя кульминация звезды А. Будет ли видно звезду В во время ее нижней кульминации, если наблюдатель находится в средней полосе России?

## Теоретический тур

! Обозначим широту буквой  $\varphi$ , высоту —  $h$ , зенитное расстояние  $z = 90^\circ - h$ , склонение  $\delta$ , северное полярное расстояние  $p = 90^\circ - \delta$ . Обратим внимание, что полярное расстояние любой точки небесной сферы (в том числе звезды **A**) — величина положительная, следовательно, склонение звезды **B** положительно. Верхняя кульминация звезды **B** в северном полушарии происходит над горизонтом, как и нижняя кульминация звезды **A**. Таким образом, звезда **A** также располагается севернее небесного экватора.

Очевидно, что ответ на задачу не зависит от значений прямых восхождений звезд **A** и **B**. Поэтому мы можем считать их любыми. В частности, мы можем предположить, что они отличаются на 12 часов. Тогда верхняя кульминация звезды **B** происходит одновременно с нижней кульминацией звезды **A**. Нарисуем небесную сферу в проекции на плоскость небесного меридиана в этот момент. Укажем на рисунке зенит, Северный полюс мира и проекцию небесного экватора.

Прямые восхождения звезд отличаются на 12 часов, и они располагаются по разные стороны от Северного полюса мира. Укажем углы, соответствующие склонению звезды **B** ( $\delta_B$ ) и северному полярному расстоянию звезды **A** ( $p_A$ ). Они отсчитываются в одну сторону от взаимно-перпендикулярных направлений на небесный экватор и Северный полюс мира соответственно.



При этом по условию задачи они равны друг другу. Следовательно, направления от наблюдателя на звезды **A** и **B** также образуют прямой угол. Из равенства их высот над горизонтом вытекает значение самой высоты:  $45^\circ$ .

Теперь мы знаем, что высота звезды **B** в верхней кульминации составляет  $45^\circ$ , причем кульминирует эта звезда южнее зенита. Тогда справедливо соотношение:

$$\begin{aligned} 45^\circ &= 90^\circ - \varphi + \delta_B; \\ \varphi - \delta_B &= 45^\circ. \end{aligned}$$

Здесь  $\varphi$  — широта места наблюдения. Пренебрегая рефракцией, запишем условие видимости звезды **B** в момент ее нижней кульминации:

$$-90^\circ + \varphi + \delta_B > 0.$$

С учетом предыдущей формулы:

$$-90^\circ + \varphi + (\varphi - 45^\circ) > 0; \quad \varphi > 67.5^\circ.$$

## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Полученное неравенство справедливо только за Северным полярным кругом и не может относиться к средней полосе России. Поэтому звезда **В** во время своей нижней кульминации будет располагаться под горизонтом и не сможет наблюдаться.



### Два календаря (Е.Н. Фадеев)

Класс:

9 10

Задача:

3

**?** Когда в последний раз совпадало начало нового года в Григорианском и Юлианском календарях? Когда такое совпадение может случиться снова? Считать, что начало года всегда приходилось и будет приходиться на 1 января, а календари использовались и будут использоваться в искомые годы.

**!** Цикл григорианского календаря, то есть время, по истечении которого порядок високосных годов в точности повторяется, составляет 400 лет. За это время григорианский и юлианский календари расходятся на 3 дня, поскольку за 400 лет в григорианском календаре на 3 високосных года меньше, чем в юлианском.

Сейчас два календаря расходятся на 13 дней. Последний раз начало года будет различаться на 13 дней в 2100 году. Этот год будет високосным в юлианском календаре, но не будет таковым в григорианском, и после февраля 2100 года разница увеличится на 1 день. Различие в 12 дней набежит за  $12 \cdot (400/3) = 1600$  лет. То есть, последний раз начало года в обоих календарях отличалось на один день в  $2100 - 1600 = 500$  году. Надо учесть, что 400 год был високосным в обоих календарях. Значит, разница в один день появилась только в феврале 300 года, который был високосным по юлианскому календарю и простым — по григорианскому.

Итого, последний раз начало года в юлианском и григорианском календарях совпадало 1 января 300 г. н.э.

В следующий раз оба начала календарных года совпадут только тогда, когда разница между ними составит 1 календарный год. Разность в 363 дня накопится за  $363 \cdot (400/3) = 48400$  лет или за 121 четырехсотлетний цикл. Если учесть, что в первый раз начало календарного года в обоих календарях совпало 1 января 201 года, то после 1 января 48601 года разница в началах года в первый раз достигнет 363 дней; после 1 января 48701 года — 364 дней. Год 48800 является високосным в обоих календарях, поэтому совпадение начала года произойдет после 48900 года. Остается уточнить, когда именно.

48900 год будет високосным в юлианском календаре и простым — в григорианском календаре. Как и в предыдущем 48899 году, разница между ними составит 364 дня. 1 января 48900 года по старому стилю совпадет с 31 декабря 48900 года по новому стилю. На следующий день наступит 48901 год по григорианскому календарю. В феврале этого года в юлианском календаре будет вставлен дополнительный день. Таким образом, 1 января 48902 года григорианского календаря совпадет с 1 января 48901 года юлианского календаря.



**Меркурий** (М.Е. Прохоров)

Класс: **9**

Задача: **4**

**?** На северном полюсе Меркурия установили горизонтальные солнечные часы. В каких пределах будет меняться угловая скорость (в градусах за земные сутки) тени от вертикального столба этих часов? Могут ли такие часы дать достоверную информацию о времени? Меркурий движется вокруг Солнца по эллиптической орбите с эксцентриситетом 0.205 и орбитальным периодом 88 дней. Оборот вокруг оси Меркурий совершает за 2/3 орбитального периода в том же направлении. Плоскость экватора Меркурия совпадает с плоскостью его орбиты, рельеф планеты не учитывать.

**!** Так как плоскости орбиты Меркурия и его экватора совпадают, при наблюдении с полюса планеты с условием его ровной поверхности Солнце будет располагаться на горизонте, и половина его большого диска будет освещать солнечные часы. Обозначим орбитальный период Меркурия через  $T$ . Средняя угловая скорость орбитального вращения планеты составит

$$\omega_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{360^\circ}{T} = 4.09^\circ / \text{сут.}$$

Здесь  $R$  – среднее расстояние Меркурия от Солнца, а  $v_0$  – круговая скорость на этом расстоянии. За счет эксцентриситета орбиты Меркурия мгновенная угловая скорость будет существенно изменяться. Значение орбитальной угловой скорости Меркурия достигает максимума в перигелии, когда планета располагается на расстоянии  $L_p$ . В это время она будет двигаться перпендикулярно радиус-вектору со скоростью  $v_p$ , и угловая скорость составит

$$\omega_p = \frac{v_p}{L_p} = \frac{v_0}{R(1-e)} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = \omega_0 \sqrt{\frac{1+e}{(1-e)^3}}.$$

Когда Меркурий окажется в афелии, угловая скорость достигнет минимума и будет равна

$$\omega_A = \frac{v_A}{L_A} = \frac{v_0}{R(1+e)} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = \omega_0 \sqrt{\frac{1-e}{(1+e)^3}}.$$

Орбитальное движение Меркурия приводит к видимому движению Солнца относительно звезд с запада на восток (как и на Земле), которое будет частично компенсировать его суточное движение вместе с небесной сферой. Последнее происходит с постоянной угловой скоростью

$$\omega = \frac{3}{2}\omega_0.$$

В результате, угловая скорость движения Солнца (и тени от столба) в перигелии и афелии составит

XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

$$\Omega_p = \omega - \omega_p = \omega_0 \left( \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{1+e}{(1-e)^3}} \right) = -0.05 \omega_0 = -0.2^\circ / \text{сут.}$$

$$\Omega_A = \omega - \omega_A = \omega_0 \left( \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{1-e}{(1+e)^3}} \right) = +0.83 \omega_0 = +3.4^\circ / \text{сут.}$$

Знак "–" в первой формуле указывает, что вблизи перигелия Солнце "разворачивается" в своем видимом движении по небу и начинает смещаться в обратную сторону. Затем происходит обратный "разворот", и Солнце вновь движется слева направо, достигая максимума угловой скорости в афелии Меркурия. Очевидно, что некоторые положения тени столба будут соответствовать сразу нескольким моментам в течение меркурианских суток, и часы не смогут дать однозначной информации о времени.



**“Аполлон-11”** (О.С. Угольников)

Класс: **9 10**      Задача: **5**

**?** В июле 1969 года американские астронавты Нил Армстронг и Эдвин Олдрин совершили посадку на поверхность Луны и провели на ней 21 час 36 минут. Сколько раз они могли выходить на прямую связь (без участия Земли) с третьим членом экипажа Джоном Коллинзом, и какова могла быть максимальная длительность каждого сеанса? Коллинз находился в командном модуле, обращающемся вокруг Луны по круговой орбите, проходящей над местом прилунения Армстронга и Олдрина на высоте 111 км. Орбитальное и осевое вращение Луны не учитывать.

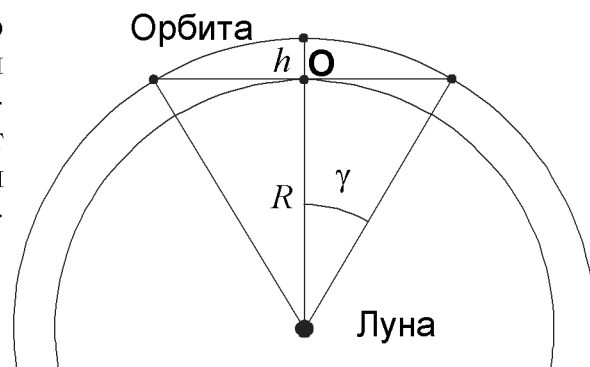
**!** Изобразим Луну и орбиту командного модуля, проходящую над местом посадки (точка **О**). Обозначим радиус Луны через  $R$ , а высоту модуля над поверхностью Луны – через  $h$ .

Определим, при каком угловом перемещении по орбите  $\gamma$  (относительно положения над местом посадки) командный модуль окажется на лунном горизонте:

$$\gamma = \arccos \frac{R}{R+h} = 20^\circ.$$

Получается, что прямую связь с Джоном Коллинзом можно было поддерживать, пока командный модуль располагался внутри  $40^\circ$ -дуги своей орбиты, что составляет  $1/9$  часть ее полной длины. Найдем теперь орбитальный период командного модуля:

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}.$$





## Теоретический тур

Здесь  $M$  – масса Луны. Численная подстановка дает результат: 1.98 часа. За время  $T$ , которое Нил Армстронг и Эдвин Олдрин провели на Луне (21.6 часа), командный модуль почти завершил 11 оборотов. Именно столько сеансов прямой связи можно было организовать за данный период. Продолжительность каждого сеанса могла составлять  $1/9$  орбитального периода  $t$ , то есть 13.2 минуты.



### Шаровое скопление (А.М. Татарников)

Класс: **9**

Задача: **6**

**?** Шаровое скопление имеет видимый диаметр  $18.8'$ , в его пределах поверхностная яркость на  $40\%$  превосходит яркость окружающего фона неба. Определите интегральную звездную величину скопления, если яркость  $1$  квадратной секунды фона неба соответствует звезде  $21^m$ .

**!** Сначала определим видимую площадь шарового скопления с видимым диаметром  $d$ :

$$S = (\pi d^2)/4,$$

что составляет 278 квадратных минут или (с хорошей точностью) 1 миллион квадратных секунд. В пределах этой площади к яркости ночного неба добавляется еще и свечение самого скопления, составляющее  $0.4$  или  $(1/2.5)$  от фона неба. Следовательно, поверхностная яркость скопления на  $1^m$  слабее ночного неба и составляет  $22^m$  с квадратной секунды.

Вспомним, что отношение яркости в  $100$  раз соответствует разнице блеска в  $5^m$ , в  $10000$  раз –  $10^m$ , а в  $1\,000\,000$  раз –  $15^m$ . В итоге, общий блеск шарового скопления составляет  $22 - 15 = 7^m$ .



### Две звезды – северное полушарие (Е.Н. Фадеев)

Класс: **10**

Задача: **2**

**?** Северное полярное расстояние звезды **A** равно склонению звезды **B**. Верхняя кульминация звезды **B** происходит на той же высоте, что и нижняя кульминация звезды **A**. На какой широте в северном полушарии находится наблюдатель, если во время верхней кульминации звезды **A** ее зенитное расстояние составляет четверть ее склонения?

**!** Обозначим широту буквой  $\varphi$ , высоту –  $h$ , зенитное расстояние  $z = 90^\circ - h$ , склонение  $\delta$ , северное полярное расстояние  $p = 90^\circ - \delta$ .

Обратим внимание, что полярное расстояние любой точки небесной сферы (в том числе звезды **A**) – величина положительная, следовательно, склонение звезды **B** положительно. Верхняя кульминация звезды **B** в северном полушарии происходит над горизонтом, как и нижняя кульмина-

## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

ция звезды **A**. Таким образом, звезда **A** также располагается севернее небесного экватора. В северном полушарии Земли для нижней кульминации звезды в северном небесном полушарии справедливо уравнение

$$\varphi = h + p_A.$$

Из условия неизвестно, к северу или к югу от зенита происходила кульминация звезды **B**. Для кульминации к северу от зенита справедливо уравнение

$$\varphi = \delta_B - 90^\circ + h.$$

Система уравнений

$$\begin{cases} \varphi = h + p_A \\ \varphi = \delta_B - 90^\circ + h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = h + p \\ \varphi = h + p - 90^\circ \end{cases}$$

решений не имеет. Значит, кульминация звезды **B** могла произойти только к югу от зенита. В этом случае имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \varphi = h + p_A \\ \varphi = 90^\circ - h + \delta_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = h + p \\ \varphi = 90^\circ - h + p \end{cases}.$$

Отсюда

$$h + p = 90^\circ - h + p; \quad h = 45^\circ,$$

и

$$\varphi = p_A + 45 = \delta_B + 45^\circ.$$

Известно, что во время верхней кульминации звезды **A** ее зенитное расстояние составляет четверть ее склонения. Однако, неизвестно, к северу или к югу от зенита происходит эта верхняя кульминация. Рассмотрим оба варианта. Если кульминация произошла к северу от зенита, тогда

$$\varphi = \delta_A - z = \delta_A - \frac{\delta_A}{4} = \frac{3}{4}\delta_A,$$

$$\frac{4}{3}\varphi = \delta_A = 90^\circ - p_A.$$

Складывая последнее уравнение с полученным ранее, получаем  $7\varphi/3 = 135^\circ$ , и широта составляет около  $+58^\circ$ . Соответственно, склонение звезды **B** равно  $+13^\circ$ . Рассмотрим теперь случай, когда звезда **A** кульминирует к югу от зенита. Тогда

$$\varphi = \delta_A + z = \frac{5}{4}\delta_A,$$

$$\frac{4}{5}\varphi = 90^\circ - p_A.$$

Проводя аналогичную операцию, получаем  $9\varphi/5 = 135^\circ$ . Это приводит к значению широты  $+75^\circ$ . Соответственно,  $\delta_B = 30^\circ$ .

В итоге, задание имеет два ответа: широта составляет либо около  $+58^\circ$ , либо  $+75^\circ$ .



**Дорога к башне** (О.С. Угольников)

Класс: **10 11**

Задача: **4**

**?** "Путник вышел на прямую дорогу, ведущую ко входу в высокую башню. Прямо над ней появился силуэт Луны, который был как будто закреплен на башне. А в маленьком вертикальном окне на самом вер-ху, смотрящем точно на дорогу, отразился луч вечернего Солнца. Путник направился к башне и, достигнув ее, заметил, что Солнце за это же время вдвое приблизилось к горизонту."

*На следующий вечер Луна, не успев появиться на небе, вдруг стала блекнуть, а потом приобрела страшный темно-красный лик..."*

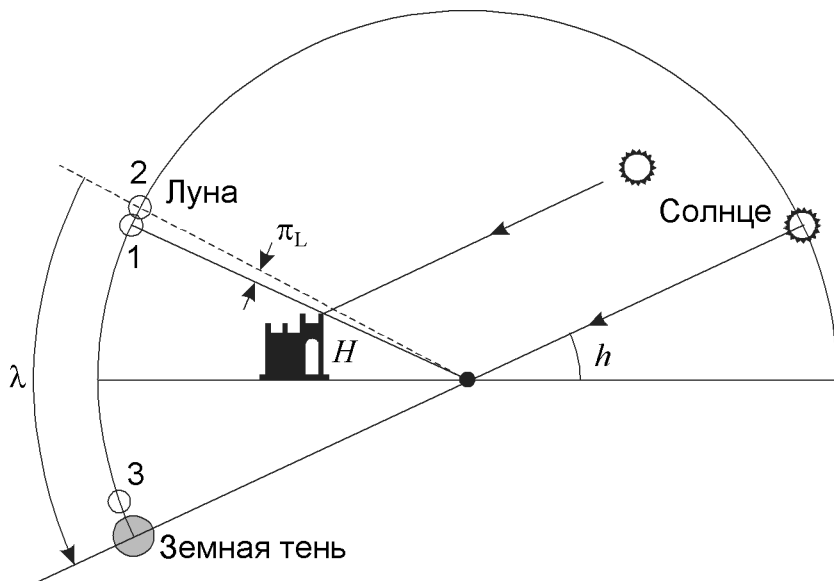
Считая скорость путника равной 3 км/ч, определите высоту башни. Наклоном лунной орбиты к эклиптике, ее эксцентриситетом, а также атмосферной рефракцией пренебречь.

**!** Поместим начальное положение путешественника в центр небесной сферы и изобразим ее проекцию на плоскость, содержащую зенит и вершину башни. Очевидно, что в момент начала пути в этой же плоскости окажется Луна, лежащая на линии "путешественник – вершина башни". В плоскости рисунка окажется и Солнце, так как его луч отражается окном, перпендикулярным этой плоскости, и приходит к путешественнику вместе с лучом от Луны.

Обозначим на рисунке положение Луны в момент начала пути цифрой 1. По условию задачи, мы пренебрегаем наклоном орбиты Луны к плоскости эклиптики. Тогда оба светила находятся на эклиптике. В то же время они располагаются в плоскости рисунка и не находятся в совпадающих либо противоположных точках небесной сферы. Следовательно, плоскость рисунка совпадает с плоскостью эклиптики, а большой круг небесной сферы, проходящий через Солнце и Луну и изображенный на рисунке – есть сама линия эклиптики.

Данная линия проходит через зенит наблюдателя. Такое может быть только в тропическом поясе Земли с модулем широты  $\varphi$  не более величины наклона экватора к эклиптике  $\varepsilon$  ( $23.4^\circ$ ).

Перейдем в геоцентрическую систему отсчета (или, проще го-



## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

вора, представим, что радиус Земли несравнимо меньше расстояния до Луны). Это практически не изменит видимого положения далекого Солнца, но скажется на расположении Луны. Вместо положения 1 она будет находиться в положении 2, выше над горизонтом на угол  $\pi_L$ . Луне остается 1 день до фазы полнолуния (и лунного затмения), поэтому ее высота над горизонтом, очевидно, невелика. Тогда угол  $\pi_L$  с хорошей точностью равен горизонтальному параллаксу Луны, составляющему  $0.95^\circ$ . При этом Луна останется в плоскости эклиптики, так как последняя в данный момент перпендикулярна горизонту.

Для простоты дальнейших рассуждений будем считать, что Солнце не движется по эклиптике, а Луна перемещается по ней равномерно с синодическим периодом  $T$  (29.53 суток). Равномерность этого движения связана с пренебрежением эксцентриситетом орбиты Луны по условию задачи. Угловая скорость этого движения равна

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Здесь и далее углы в формулах приводятся в радианной мере. За счет суточного вращения небесной сферы Солнце движется под углом  $(\pi/2 - |\varphi|)$  к горизонту. Угловая скорость этого движения составит

$$\Omega = \frac{2\pi \cos \delta}{T_0}.$$

Здесь  $T_0$  — продолжительность солнечных суток,  $\delta$  — склонение Солнца. Обозначим высоту Солнца над горизонтом в момент начала пути через  $h$ , а время перемещения путешественника к башне через  $t$ . За это время Солнце опустилось к горизонту на высоту  $h/2$ . Учитывая, что величина  $h$  невелика, получаем:

$$\Omega \sin\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi|\right) \cdot t = \frac{2\pi}{T_0} \cos \delta \cos \varphi \cdot t = \frac{h}{2}.$$

Величины  $\delta$  и  $\varphi$  нам неизвестны. Однако мы знаем, что их модуль не превосходит  $23.4^\circ$ , а их косинусы близки к единице (не меньше 0.92). На самом деле, это произведение можно оценить еще точнее, если учесть, что  $\delta$  — склонение точки эклиптики у горизонта (Солнца), а  $\varphi$  — широта места, равная склонению другой точки эклиптики, отстоящей от первой практически на  $90^\circ$ . С точностью до  $\sin^4 \varepsilon / 8$  (около 0.3%) выполняется соотношение

$$\cos \delta \cos \varphi = \cos \varepsilon,$$

в чем можно убедиться для элементарных случаев точек равноденствий и солнцестояний. В итоге,

$$h = \frac{4\pi}{T_0} \cos \varepsilon \cdot t.$$

Еще через время  $t$  центр Солнца зайдет за горизонт. Далее, через сутки (время  $T_0$ ), к следующему вечеру, Луна перемещается по эклиптике в положение 3. По условию задачи, с ее восходом (и заходом Солнца,

## Теоретический тур

совпадающим с восходом Луны с точностью до нескольких минут) начинается теневое лунное затмение. Так как Луна движется по эклиптике, затмение будет полным, более того – центральным. Если считать орбиту Луны круговой, то ее видимый радиус  $r_1$  составит  $0.26^\circ$ , а радиус земной тени  $r_2$  будет равен  $0.69^\circ$ . Эти величины можно легко рассчитать, вследствие их малости высокая точность не требуется. Наибольшая фаза затмения будет отстоять от захода Солнца на время

$$t_L = \frac{r_1 + r_2}{\omega} = T \cdot \frac{r_1 + r_2}{2\pi},$$

что составляет 1.9 часа. Эту величину можно также оценить, зная реальную продолжительность лунных затмений.

Как видно из рисунка, за период времени с момента начала пути и до середины лунного затмения Луна переместится вдоль эклиптики на угол

$$\lambda = 2h + \pi_L.$$

Нам известна угловая скорость этого движения ( $\omega$ ) и величина времени. Получаем следующее соотношение:

$$\frac{2\pi}{T} \cdot (2t + T_0 + t_L) = 2h + \pi_L.$$

Подставляя выражение для  $h$ , полученное выше, получаем уравнение для величины  $t$ :

$$4\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{T_0 + t_L}{T} = 8\pi \frac{t}{T_0} \cos \varepsilon + \pi_L.$$

В результате,

$$t = \left( \frac{T_0 + t_L}{T} - \frac{\pi_L}{2\pi} \right) \cdot \left( \frac{4 \cos \varepsilon}{T_0} - \frac{2}{T} \right)^{-1}.$$

Подставляя численные данные, получаем, что путь до башни занял 13.5 минут. Приведенный расчет является наиболее точным. Однако, выкладки можно существенно упростить. Пренебрежем лунным параллаксом и будем считать, что Луна прошла по эклиптике угол  $2h$ . Учтем также, что величины  $t_L$  и  $t$  много меньше солнечных суток  $T_0$ . Опустим также величины  $\cos \varphi$  и  $\cos \delta$  (или  $\cos \varepsilon$ ), считая их равными 1. Тогда мы можем получить простое приближенное выражение для времени пути (здесь и далее приближенные величины имеют индекс "А"):

$$t_A = \frac{T_0^2}{4T} = 12 \text{ мин.}$$

Далее, нам нужно определить величину  $h$ :

$$h = \frac{4\pi}{T_0} \cos \varepsilon \cdot t;$$

## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

$$h_A = \frac{4\pi}{T_0} \cdot t_A = \pi \frac{T_0}{T}.$$

Переводя в градусную меру, получаем  $6.2^\circ$  и  $6.1^\circ$  соответственно. Наконец, высота башни равна

$$H = v \cdot t \cdot \operatorname{tg} h = 70 \text{ м.}$$

$$H_A = v \cdot t_A \cdot \operatorname{tg} h_A = v \cdot \frac{T_0^2}{4T} \cdot \pi \frac{T_0}{T} = \frac{\pi}{4} v \frac{T_0^3}{T^2} = 65 \text{ м.}$$

Здесь  $v$  — скорость путешественника. Несмотря на большое количество допущений, приближенный ответ мало отличается от более точного. Указанный пример показывает высокую эффективность приближенного вычисления при условии его обоснованности.



### Пульсирующая переменная звезда (О.С. Угольников)

Класс: **10**

Задача: **6**

**?** Пульсирующая переменная звезда изменяет свои характеристики так, что отношение тепловой и второй космической скорости вещества на поверхности звезды остается постоянным. Найдите соотношение размеров звезды в максимуме и минимуме яркости, если известно, что амплитуда изменений блеска составляет  $1^m$ . Вещество поверхности звезды считать неионизованным и находящимся в термодинамическом равновесии.

**!** По условию задачи, вещество у поверхности звезды состоит из нейтральных атомов. В этом случае средняя тепловая скорость атома составляет

$$v_T = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}},$$

где  $\mu$  — масса атома,  $T$  — кинетическая температура вещества на поверхности звезды. Так как это вещество находится в состоянии термодинамического равновесия, эта величина совпадает с эффективной температурой звезды. Вторая космическая скорость равна

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}},$$

где  $M$  и  $R$  — масса и радиус звезды. Отношение этих скоростей будет равно

$$\frac{v_T}{v_2} = \sqrt{\frac{3kTR}{2GM\mu}} = \sqrt{\frac{3k}{2GM\mu}} \cdot TR = \text{const}$$

## Теоретический тур

Величины массы звезды и массы атома не изменяются (вспомним, что по условию задачи вещество остается нейтральным). Следовательно,

$$T \cdot R = \text{const.}$$

Иными словами, температура звезды обратно пропорциональна ее радиусу. Пусть  $T_1$  и  $R_1$  — температура и радиус звезды в максимуме блеска, а  $T_2$  и  $R_2$  — аналогичные характеристики в минимуме блеска. Так как кинетические температуры в обоих случаях совпадают с эффективными, мы можем выразить величину изменения блеска:

$$m_2 - m_1 = -2.51g \frac{R_2^2 T_2^4}{R_1^2 T_1^4} = -2.51g \frac{R_1^2}{R_2^2} = 1.$$

Отсюда получаем соотношение радиусов:

$$\frac{R_1}{R_2} = 10^{-0.2} = 0.63.$$

Отметим, что в максимуме блеска звезда меньше, чем в минимуме.



### Древнеримская ночь (Е.Н. Фадеев)

Класс:

11

Задача:

2

**?** В древнеримском войске ночь всегда делилась на 4 одинаковые стражи. Определить, во сколько раз отличалась продолжительность стражи в день зимнего солнцестояния от дня летнего солнцестояния? Рефракцией и размерами Солнца пренебречь. Широта Рима равна  $42^\circ$ , наклон экватора к эклиптике во времена Древнего Рима составлял  $23^\circ 45'$ .

**!** Продолжительность стражи зависит исключительно от продолжительности ночи. Летом ночь короткая, значит и длительность стражи невелика. Наоборот, зимой ночи длинные, посему и время стражи увеличивается. Таким образом, для решения задачи необходимо выяснить, какова продолжительность ночи в дни летнего и зимнего солнцестояния на указанной широте.

Рассмотрим, например, движение Солнца в день зимнего солнцестояния. В этот день Солнце движется среди звезд параллельно небесному экватору, и его склонение можно считать постоянной величиной. Суточное движение Солнца происходит по малому кругу, параллельному небесному экватору и отстоящему от него к югу на угол  $\varepsilon$  ( $23^\circ 45'$ ). Нарисуем этот малый круг, обозначив его радиус как  $r$ . Пусть в точке  $Q$  Солнце проходит точку верхней кульминации. Проведем хорду, соединяющую точки восхода и захода Солнца. Обозначим расстояние от точки  $Q$  до этой хорды как  $d$ . Фактически это часть радиуса суточной параллели Солнца  $r$ , выступающей над математическим горизонтом. Длина дневного пути Солнца  $l$  будет равна

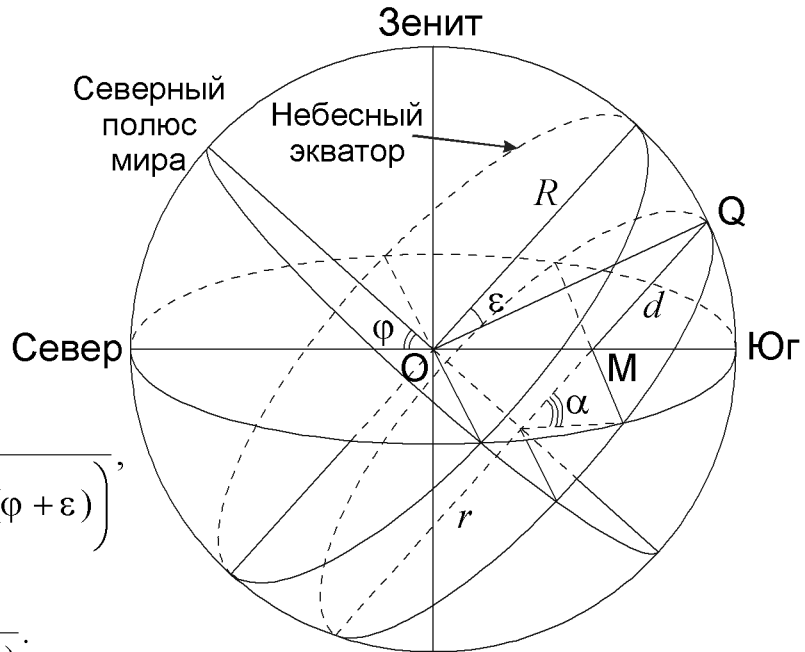
## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

$$l = 2\alpha \cdot r = 2r \arccos\left(1 - \frac{d}{r}\right).$$

Обратимся теперь к проекции небесной сферы на небесный меридиан. Из треугольника **ОМQ** можно выразить величину  $d$ :

$$\frac{R}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} = \frac{d}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - (\varphi + \varepsilon)\right)},$$

$$\frac{R}{\cos\varphi} = \frac{d}{\cos(\varphi + \varepsilon)}.$$



Здесь  $R$  – радиус небесной сферы,  $\varphi$  – широта места. Принимая во внимание, что

$$r = R \cos \varepsilon,$$

получаем

$$\frac{d}{r} = 1 - \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon.$$

Подставляя полученное уравнение в выражение для  $l$ , получаем

$$l = 2r \arccos(\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon).$$

Продолжительность ночи в долях суток получается равной

$$1 - \frac{l}{2\pi r} = 1 - \frac{\arccos(\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon)}{\pi} \approx 0.63$$

или  $15^{\text{ч}}07^{\text{м}}$ .

Продолжительность ночи в день летнего солнцестояния будет равна продолжительности дня в день зимнего солнцестояния и составит всего  $8^{\text{ч}}53^{\text{м}}$ . То есть, летом ночь короче в 1.7 раза, чем зимой. Во столько же раз короче будет продолжительность стражи. В абсолютных единицах продолжительность стражи составит зимой  $3^{\text{ч}}47^{\text{м}}$ , а летом  $2^{\text{ч}}13^{\text{м}}$ .





**Поверхностная яркость планет** (О.С. Угольников)

Класс: **11**

Задача: **3**

**?** Расположите большие планеты Солнечной системы в порядке убывания поверхностной яркости (на одну квадратную секунду освещенного полного диска). Какое место займет Земля среди этих планет в данной последовательности, если ее наблюдать извне? Считать, что планеты отражают свет равномерно во все стороны.

**!** Пусть планета располагается на расстоянии  $r$  от Солнца и  $d$  — от Земли. Тогда поток солнечного излучения, приходящего на планету, составит

$$F = \frac{L_0}{4\pi r^2}.$$

Здесь  $L_0$  — светимость Солнца. Количество энергии, которое планета отразит в космическое пространство, выражается формулой:

$$L_1 = \pi R^2 AF = \frac{L_0 R^2 A}{4r^2}.$$

Здесь  $R$  и  $A$  — радиус и сферическое альbedo планеты. Поток световой энергии от планеты на Земле будет равен

$$f = \frac{L_1}{4\pi d^2} = \frac{L_0 R^2 A}{16\pi d^2 r^2}.$$

Видимый радиус планеты с Земли, очевидно, составит  $R/d$ , а видимая площадь диска

$$S = \frac{\pi R^2}{d^2}.$$

Поверхностная яркость единицы видимой площади есть

$$I = \frac{f}{S} = \frac{L_0 R^2 A}{16\pi d^2 r^2} \cdot \frac{d^2}{\pi R^2} = \frac{L_0}{16\pi^2} \cdot \frac{A}{r^2}.$$

Мы видим, что поверхностная яркость полного диска не зависит ни от размеров планеты, ни от ее расстояния до пункта наблюдения (который совершенно необязательно должен быть на Земле). Она определяется только сферическим альbedo планеты и ее расстоянием до Солнца. Нам нужно лишь посчитать отношение  $A/r^2$  для всех планет, включая Землю, пользуясь справочными данными. Результаты этих расчетов приведены в таблице. Для Меркурия и Марса даются два значения, соответствующие перигелию и афелию их вытянутых орбит.

Самая большая поверхностная яркость — у Венеры. Поверхностная яркость Меркурия подвержена сильным вариациям из-за вытянутости его орбиты, но он всегда занимает второе место, а наша планета Земля —

## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Планета	$r$ , а.е.	$A$	$A/r^2$
Меркурий	0.307 – 0.467	0.10	1.06 – 0.46
Венера	0.723	0.65	1.24
Земля	1	0.37	0.37
Марс	1.382 – 1.666	0.15	0.079 – 0.054
Юпитер	5.203	0.52	0.019
Сатурн	9.539	0.47	0.0052
Уран	19.191	0.51	0.0014
Нептун	30.061	0.41	0.00045

лишь треть. Далее планеты располагаются в порядке их удаления от Солнца, от Марса до Нептуна.

Полученные соотношения остаются в целом справедливыми и для любого другого взаимного расположения Солнца, планеты и наблюдателя, если брать в расчет поверхностную яркость освещенной части диска (умножая величину площади  $S$  на значение фазы  $\Phi$ ).



### Вега и Арктур – настоящее (О.С. Угольников)

Класс: **11**

Задача: **5**

**?** Визуальные звездные величины Веги (спектральный класс А) и Арктура (спектральный класс К) составляют  $0.03^m$  и  $-0.05^m$ . Какая из этих звезд ярче в фотометрической полосе U? В? V? R?

**!** Как известно, визуальная звездная величина – по сути, другое название звездной величины в фотометрической системе V, спектральная кривая которой близка к кривой видимости человеческого глаза (само обозначение индекса происходит от слова "visual"). Поэтому мы можем сразу сказать, что в полосе V Арктур, пусть и очень ненамного, но ярче Веги.

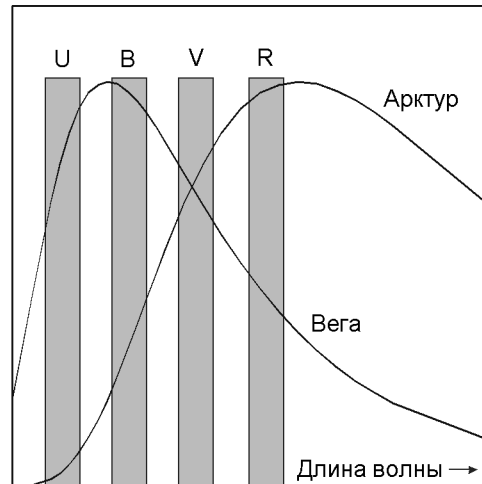
Чтобы ответить на вопрос о других спектральных полосах, вспомним, что для белых звезд спектрального класса А, к которым относится Вега, основные показатели цвета (U–B, B–V, V–R) близки к нулю. Соответственно, и сама звездная величина Веги во всех четырех полосах равна примерно  $0^m$ .

Арктур является оранжевой звездой спектрального класса К, для которой все три указанных выше показателя цвета – положительные и составляют около  $+1^m$ . То есть, звездные величины Арктура в полосах U и B – положительные, и в них он светит слабее Веги. Другими словами, красный холодный Арктур в ультрафиолетовой и синей области спектра не столь ярк, как белая Вега.

Показатель цвета V–R у Арктура также положительный, и его звездная величина в полосе R – отрицательна. В ней Арктур существенно ярче

## Теоретический тур

Веги, примерно на эту полосу приходится максимум в спектре Арктура. Это же видно на схематическом рисунке, где условно показаны спектры Арктура и Веги и четыре фотометрические полосы. Итак, Вега ярче в полосах U и B, Арктур ярче в полосах V и R.



### Вега и Арктур – будущее (Е.Н. Фадеев)

Класс: **11**

Задача: **6**

**?** Звезда Вега имеет видимую звездную величину  $0.03^m$ , годичный параллакс  $0.13''$ , лучевую скорость  $-14$  км/с и собственное движение  $0.35''/год$ . Звезда Арктур имеет звездную величину  $-0.05^m$ , годичный параллакс  $0.089''$ , лучевую скорость  $-5.3$  км/с и собственное движение  $2.3''/год$ . Станет ли когда-нибудь Вега ярче Арктура на небе? Если станет, то когда? Светимость звезд считать постоянной во времени, межзвездным поглощением пренебречь.

**!** Пусть  $m$  — звездная величина Веги и Арктура, когда они сравниваются, а  $m_{0B}$  и  $m_{0A}$  — их звездные величины в настоящий момент времени ( $t=0$ ). Обозначим через  $r_0$  и  $r$  величины расстояния до звезды в начальный и искомый момент времени соответственно. Аналогичные обозначения вводим для величин параллакса  $\pi$ . Тогда для каждой из звезд

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{r_0^2}{r^2} = 5 \lg(\pi_0 r).$$

Пусть в некоторый момент звездные величины Веги и Арктура сравниваются:

$$m_{0B} + 5 \lg(r_B \pi_{0B}) = m_{0A} + 5 \lg(r_A \pi_{0A}).$$

Из этого уравнения следует:

$$m_{0B} - m_{0A} = 5 \lg \frac{r_A \pi_{0A}}{r_B \pi_{0B}} = 5 \lg \frac{r_A}{r_B} + 5 \lg \frac{\pi_{0A}}{\pi_{0B}}.$$

Введем обозначение:

$$K \equiv \frac{r_A^2}{r_B^2}.$$

## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Для этой величины мы получаем:

$$K = 10^{0.4(m_{0B} - m_{0A})} \frac{\pi_{0B}^2}{\pi_{0A}^2} = 2.3.$$

Фактически мы получили соотношение расстояний двух звезд, при выполнении которого они будут иметь одинаковую звездную величину. Зная, как изменяются расстояния во времени, можно найти те моменты времени, когда это соотношение истинно. Нам известны лучевые скорости звезд  $v_R$ . Пользуясь данными о собственном движении, мы можем получить значение тангенциальной скорости. Для этого мы учитываем, что на расстоянии  $r_0$  (выраженном в парсеках) угол в  $1''$  будет соответствовать  $r_0$  астрономических единиц. Тогда

$$v_T = 4.74 \mu_0 r_0 = 4.74 \frac{\mu_0}{\pi_0}.$$

Здесь численный коэффициент необходим для перевода значения скорости из а.е./год в км/с. Проведем координатную ось  $Oy$  от наблюдателя к звезде, а ось  $Ox$  — перпендикулярно, вдоль тангенциального движения звезды. В этой системе легко записать зависимость координат звезды от времени:

$$x = v_T \cdot t, \quad y = r_0 + v_R \cdot t.$$

Расстояние до звезды в момент времени  $t$  составит

$$r^2 = x^2 + y^2 = r_0^2 + v_R^2 t^2 + v_T^2 t^2 + 2r_0 v_R t = r_0^2 + v^2 t^2 + 2r_0 v_R t.$$

Здесь  $v$  — полная пространственная скорость звезды. Подставляя численные данные, получаем, что скорость Веги  $v_B$  составляет 19 км/с, скорость Арктура  $v_A$  — 123 км/с. Звездные величины обеих звезд сравняются, если выполнится условие:

$$\frac{v_A^2 t^2 + r_{0A}^2 + 2r_{0A} v_{RA} t}{v_B^2 t^2 + r_{0B}^2 + 2r_{0B} v_{RB} t} = K.$$

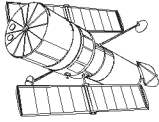
Это равенство можно записать в виде квадратного уравнения относительно величины  $t$ :

$$(v_A^2 - K v_B^2) t^2 + 2(r_{0A} v_{RA} - K r_{0B} v_{RB}) t + (r_{0A}^2 - K r_{0B}^2) = 0.$$

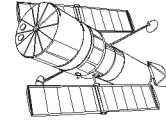
Решая уравнение, мы получаем два корня:

$$t_{1,2} = \frac{-(r_{0A} v_{RA} - K r_{0B} v_{RB}) \pm \sqrt{(r_{0A} v_{RA} - K r_{0B} v_{RB})^2 - (v_A^2 - K v_B^2)(r_{0A}^2 - K r_{0B}^2)}}{v_A^2 - K v_B^2}.$$

Здесь величины расстояний до звезд нужно перевести в километры. Значение времени будет выражено в секундах. Подставив числа и переведя время в годы, получим, что блеск Арктура и Веги сравнились около 40 тысяч лет назад и снова сравняются через 15 тысяч лет. В задаче спрашивается о равенстве блеска в будущем, поэтому окончательным ответом будет 15 тысяч лет.



## ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР



### Телескоп системы Ньютона (А.М. Татарников)

Класс:

9 10

Задача:

1

? Нарисуйте оптическую схему (в масштабе 1:4) телескопа Ньютона со следующими характеристиками:

Главное зеркало — диаметр 200 мм;

Фокусное расстояние — 1 м;

Диagonальное зеркало — длина малой оси 50 мм;

Труба — диаметр 240 мм, толщиной трубы пренебречь;

Длина трубы от вершины главного зеркала — 900 мм;

Вынос фокуса (расстояние от поверхности трубы до точки фокуса) — 100 мм.

Нарисуйте ход лучей для звезды, находящейся на оптической оси телескопа. Вычислите масштаб изображения в фокальной плоскости, определите линейный и угловой диаметр невиньетированного (незатененного) трубной поля зрения. Укажите на схеме все размеры, использованные при ее построении.

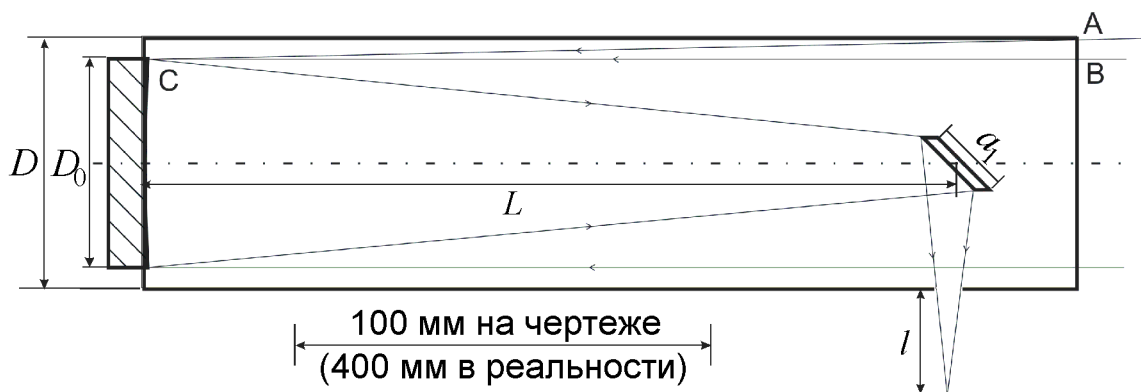
! Вначале начертим трубу в масштабе 1:4. Затем с одного из ее концов нарисуем зеркало так, чтобы его центр его оптической поверхности пришелся на центр задней стенки трубы. Сделаем вспомогательное построение — нарисуем главную оптическую ось зеркала, совпадающую с осью трубы. Вычислим, на каком расстоянии от главного зеркала должен находиться центр вторичного зеркала. Для этого из фокусного расстояния  $F$  вычтем вынос фокуса  $l$  и радиус трубы  $D/2$ . Получим:

$$L = F - l - \frac{D}{2} = 780 \text{ мм.}$$

В требуемом масштабе расстояние составит  $L/4$  или 195 мм. Теперь вычислим размер большой оси диагонального зеркала. Эта же величина равна длине проекции зеркала на плоскость рисунка. Очевидно, что размер малой оси зеркала  $a_2$  должен быть равен толщине пучка света, идущего от главного зеркала. Размер большой оси тогда будет равен

$$a_1 = \frac{a_2}{\cos 45^\circ} \approx 70 \text{ мм.}$$

В масштабе чертежа это составит  $a_1/4$  или примерно 18 мм. Рисуем вторичное зеркало на схеме. Наносим лучи, параллельные главной оптической оси и падающие от звезды на края зеркала. После этого рисуем их дальнейший ход до пересечения в точке фокуса. На этом построение схемы телескопа и хода лучей закончено.



Вычислим масштаб изображения. Угловому расстоянию в  $1^\circ$  ( $1/57.3$  радиан) будет соответствовать линейный размер  $d$  в фокальной плоскости. Он зависит только от фокусного расстояния телескопа и равен

$$d = \frac{F}{57.3} = 17.5 \text{ мм.}$$

Таким образом, масштаб составляет  $3.4'$  на мм. Чтобы определить размер поля зрения, нарисуем крайние лучи, участвующие в построении невиньетированного трубной изображения участка неба. Для этого соединим на схеме верхний край главного зеркала телескопа и край трубы. Получим треугольник **ABC**. В нем длина отрезка **BC** составляет 900 мм, длина отрезка **AB** равна

$$AB = \frac{D - D_0}{2} = 20 \text{ мм.}$$

Здесь  $D_0$  — диаметр зеркала. Таким образом, угол **ACB**, определяющий угловой радиус невиньетированного поля зрения, равен

$$\angle ACB = \arcsin \frac{AB}{BC} = 1^\circ 16'.$$

Диаметр поля зрения составляет  $2^\circ 32'$ . Линейный размер поля равен

$$f = \frac{2^\circ 32'}{1^\circ} d = 44 \text{ мм.}$$



### Обратная сторона Луны (О.С. Угольников)

Класс: **9**

Задача: **2**

**?** Вам предложена фотография, сделанная с борта космической станции, пролетающей вблизи обратной стороны Луны (негатив). С какой минимальной скоростью (относительно Луны) должен лететь этот аппарат, чтобы впоследствии без дополнительных затрат энергии покинуть систему Земля-Луна? Орбиту Луны считать круговой.

## Практический тур

**!** Из рисунка мы можем определить отношение видимых радиусов Земли и Луны, как они наблюдаются с космического аппарата:

$$K = \frac{\rho_L}{\rho_E} = 11.5.$$

Аппарат пролетает позади Луны (если наблюдать с Земли), над ее обратной стороной, на расстоянии  $d$  от центра Луны. Обозначим расстояние между центрами Земли и Луны через  $L$ . Запишем выражение для соотношения видимых радиусов:



$$K = \left( \frac{r}{d} \right) : \left( \frac{R}{L+d} \right) = \frac{r \cdot (L+d)}{Rd}.$$

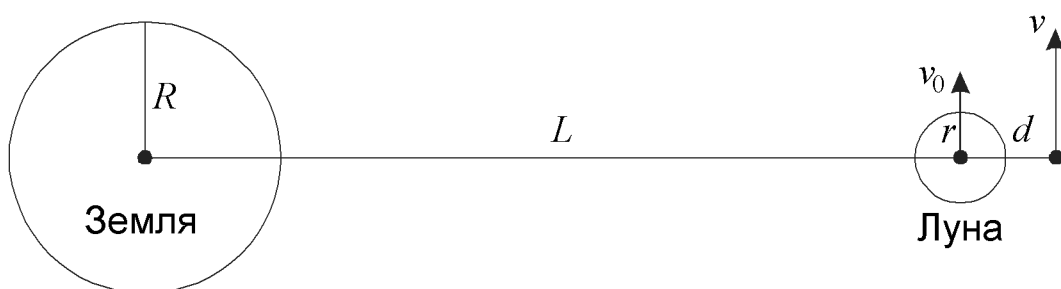
Здесь мы учли, что оба видимых радиуса не слишком велики (вблизи Луны видимый радиус Земли будет около  $1^\circ$ , соответственно, видимый радиус Луны составит примерно  $12^\circ$ ). Мы также не учитываем то, что космический аппарат несколько отклонился от линии Земля – Луна, так как его учет усложнит решение, но мало скажется на значении  $d$ , которое нам нужно определить. Из последней формулы получаем:

$$d = \frac{rL}{KR - r},$$

что составляет 9300 км. Чтобы покинуть пределы системы Земля-Луна, аппарат должен преодолеть гравитационное воздействие Луны и после этого иметь скорость, достаточную для преодоления поля тяжести Земли. Вторая космическая скорость относительно Земли для расстояния  $(L + d)$  составит

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{L+d}},$$

где  $M$  – масса Земли. Но это есть скорость относительно Земли. Скорость аппарата относительно Луны может быть и меньшей, если он будет



## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

двигаться в ту же сторону, что и Луна. Минимальная скорость после выхода из гравитационного поля Луны будет равна

$$v_0 = v_2 - \sqrt{\frac{GM}{L}} = \sqrt{\frac{2GM}{L+d}} - \sqrt{\frac{GM}{L}} \approx \sqrt{\frac{GM}{L}} \cdot (\sqrt{2} - 1).$$

Здесь было учтено, что величина  $d$  значительно меньше, чем  $L$ . По закону сохранения энергии, скорость аппарата в гравитационном поле Луны, на расстоянии  $d$  от ее центра, должна быть равна

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2Gm}{d} = \frac{GM}{L}(3 - 2\sqrt{2}) + \frac{2Gm}{d}.$$

Здесь  $m$  — масса Луны. Подставляя численные значения, получаем величину скорости: 1.1 км/с.



### Мир галактик (Е.Н. Фадеев)

Класс:

9

Задача:

3

**?** Вам предоставлены фотографии десяти галактик (негатив). Определите, к какому морфологическому классу принадлежит каждая из галактик.

**!** По классификации Хаббла галактики делятся на эллиптические, линзовидные, спиральные (обычные и пересеченные) и неправильные.

Эллиптические галактики (обозначение  $E$ ) имеют круглую или близкую к эллиптической форму. Их яркость спадает монотонно от центра к периферии. Обычно эллиптические галактики не имеют структурных деталей. Эти галактики подразделяются на подтипы в зависимости от степени сжатия, которая определяется по формуле

$$n = 10 \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right),$$

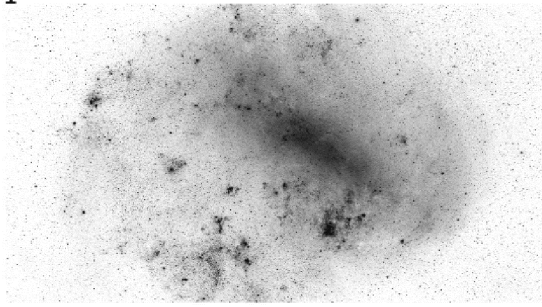
где  $b$  и  $a$  — малая и большая полуоси эллипса. Круглая галактика получает обозначение  $E0$ , а галактика с соотношением осей 1:2 —  $E5$ .

Спиральные галактики имеют два ярких компонента — балдж и звездный диск. Балдж — это сферическая подсистема, свойства которой сходны со свойствами эллиптических галактик. Звездный диск в спиральных галактиках обычно гораздо больше балджа по радиусу, но меньше по толщине. Наиболее яркой частью диска являются спиральные рукава, содержащие много пыли, газа и молодых горячих звезд. По наличию или отсутствию "бара" — перемычки, пересекающей балдж, спиральные галактики разделяют на два вида: обычные ( $S$ ) и пересеченные ( $SB$ ). И те, и другие галактики подразделяют на подтипы  $Sa$  ( $SBa$ ),  $Sb$  ( $SBb$ ),  $Sc$  ( $SBc$ ),  $Sd$  ( $SBd$ ), а также переходные подтипы  $Sab$  ( $SBab$ ),  $Sbc$  ( $SBbc$ ),  $Scd$  ( $SBcd$ ).

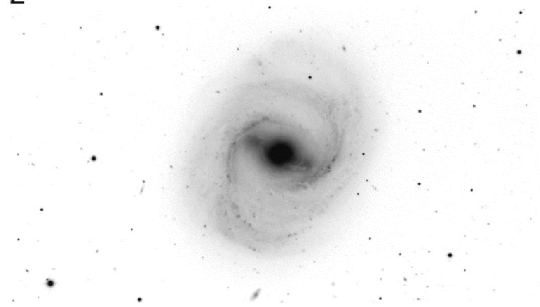


# Практический тур

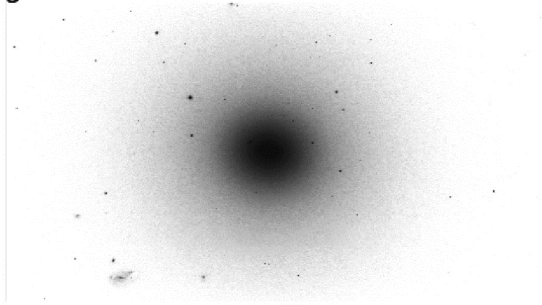
1



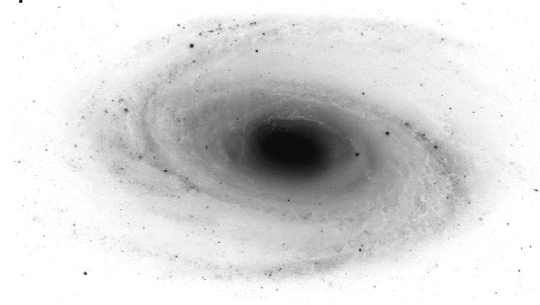
2



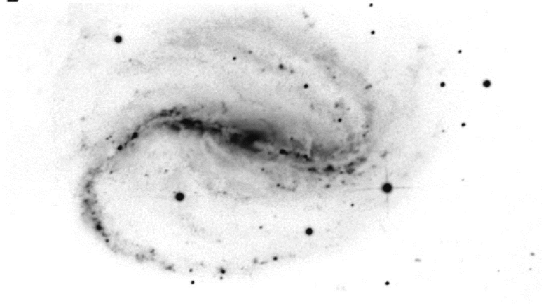
3



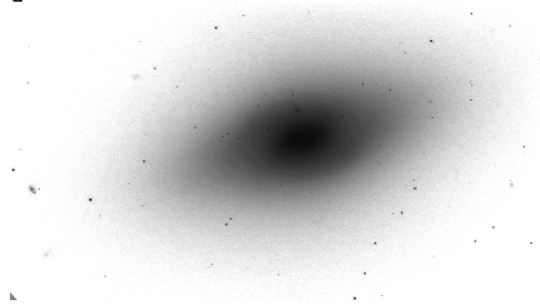
4



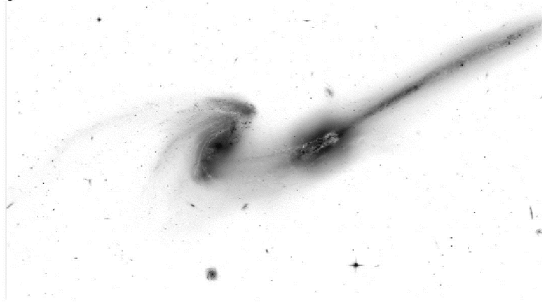
5



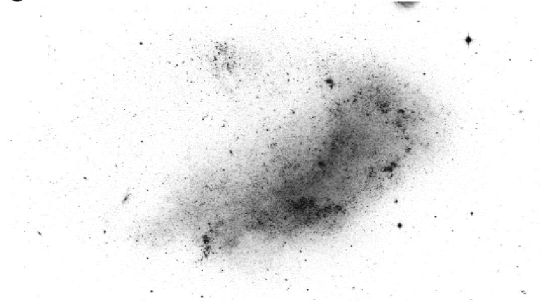
6



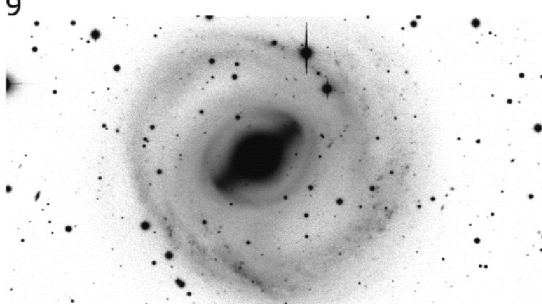
7



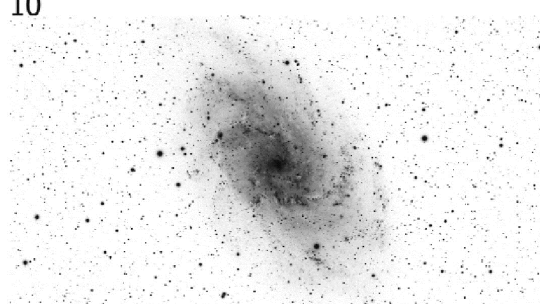
8



9



10



## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Галактики ранних типов  $Sa$  ( $SBa$ ) характеризуются большим размером балджа и четко выраженными туго закрученными спиральными рукавами. Галактики позднего типа  $Sc$  ( $SBc$ ),  $Sd$  ( $SBd$ ), наоборот, характеризуются малым размером балджа, который в галактиках подтипа "d" практически исчезает совсем, и слабой закруткой рукавов. Кроме того, сами рукава начинают дробиться на отдельные облака.

Линзовидные галактики ( $S0$ ) представляют собой переходный тип между эллиптическими и спиральными галактиками. Отличаются от спиральных галактик отсутствием спиральных рукавов, но, в отличие от эллиптических галактик, в линзовидных присутствует пыль и газ.

Неправильные галактики ( $I$ ,  $Ir$  или  $Irr$ ) не имеют регулярной формы. Они содержат много пыли, газа и молодых звезд. В ряде галактик удается выделить перемычки и даже некое подобие спиральной структуры. Такие неправильные галактики получили название Магеллановых спиральных галактик ( $Sm$  и  $SBm$ ) по их прототипу, Большому Магелланову облаку.

**Ответы на задания.** В скобках приведены названия галактик.

1. Галактика имеет клочковатую форму. Можно разглядеть области звездообразования и пылевые прожилки. Очевидно, это неправильная галактика. В центре видна яркая структура, видимо, бар. Яркие облака имеют тенденцию группироваться в цепочку сходную со спиральным рукавом, что позволяет классифицировать эту галактику как  $SBm$  (*Большое Магелланово облако*).

2. Спиральная галактика с перемычкой. Имеет средних размеров балдж и достаточно четкие спиральные рукава. Это позволяет классифицировать ее как галактику  $SBb$  ( $M91$ ).

3. Эллиптическая галактика. Имеет форму близкую к кругу. Следовательно, она относится к типу  $E0$  ( $NGC\ 4458$ ).

4. Спиральная галактика, видимая сбоку. Имеет довольно большой балдж и хорошо различимые и достаточно туго закрученные рукава, чтобы классифицировать галактику как  $Sab$  или  $Sb$  ( $M81$ ).

5. Спиральная галактика с перемычкой. Имеет очень маленький балдж. Спиральные рукава слабо закручены, но еще не разбиваются на отдельные облака. Тип галактики  $SBc$  ( $NGC\ 7479$ ).

6. Сильно вытянутая эллиптическая галактика  $E5$  ( $NGC\ 4660$ ).

7. Пара взаимодействующих галактик, известная как "мыши". Форма каждой из галактик сильно искажена приливными силами ( $NGC\ 4676$ ).

8. Неправильная галактика  $Irr$  ( $NGC\ 1427A$ ).

9. Галактика с перемычкой и средних размеров балджем. Окружающий галактику диск либо представляет собой очень туго скрученные рукава, либо не имеет рукавов вовсе. С равной вероятностью галактику можно причислить к типам  $SB0$  и  $SBa$  ( $NGC\ 2217$ ).

10. Спиральная галактика без перемычки. Имеет маленький балдж и фрагментарные, но довольно скрученные рукава. Тип  $Sc$  или  $Scd$  ( $M33$ ).

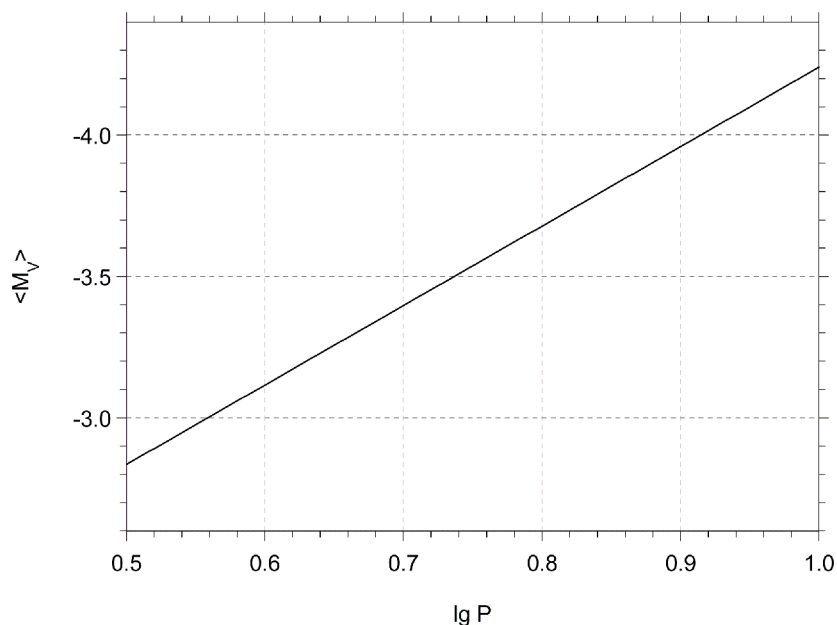
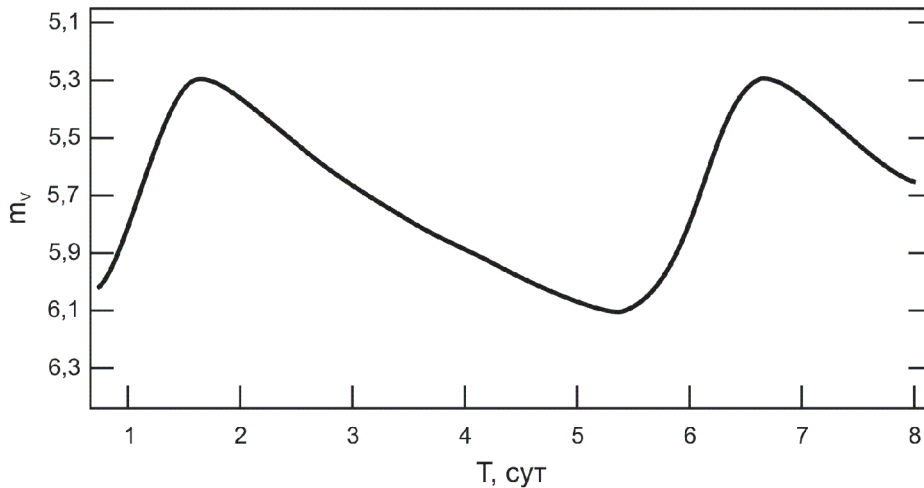


**Цефеида со спутником** (А.А. Татарникова)

Класс: **10 11**

Задача: **2**

**?** **Переменная звезда — цефеида располагается на небе точно на линии эклиптики. В течение года она перемещается относительно более далеких звезд, вычерчивая отрезок длиной  $0.0020''$  точно вдоль эклиптики. Во время своего противостояния с Солнцем звезда оказывается в середине этого отрезка. Известно, что эта цефеида входит в состав двойной системы с круговыми орбитами и периодом 1 год. Оцените массу второго компонента двойной звезды, если известно, что она заметно меньше массы цефеиды, равной 5 массам Солнца. На рисунках представлена кривая блеска цефеиды и зависимость "логарифм периода — средняя за период абсолютная звездная величина". Собственное движение системы как единого целого и межзвездное поглощение не учитывать.**



## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

! Отрезок, который описывает звезда вдоль линии эклиптики, имеет все признаки параллактического движения. Этому соответствует и то, что в момент противостояния звезда оказывается в середине отрезка. В этом случае тригонометрический параллакс  $\pi_1$  составляет  $0.0010''$ . Однако, мы можем определить расстояние до цефеиды другим способом: методом "фотометрического параллакса".

По кривой блеска оцениваем средний блеск цефеиды  $m$  ( $5.7^m$ ) и период колебаний блеска  $P$  (5 суток). Как известно, период колебаний связан с абсолютной звездной величиной  $m_0$  соотношением, график которого приведен в условии задачи. По нему находим:  $m_0 = -3.4$ . Имея абсолютную и видимую величины, можно определить фотометрический параллакс:

$$\lg \pi_2'' = 0.2 (m_0 - m) - 1.$$

Значение  $\pi_2$  оказывается равным  $0.0015''$ , что в полтора раза превышает измеренный тригонометрический параллакс. При этом межзвездное поглощение отсутствует. Мы можем сделать вывод, что фотометрический параллакс характеризует истинное расстояние до цефеиды (670 пк), а годовое параллактическое движение звезды искажено влиянием ее спутника, обращающегося с тем же периодом в 1 год. Нам нужно найти величину этого искажения.

Влияние спутника не выводит звезду с линии эклиптики, следовательно, круговое орбитальное вращение также происходит в плоскости эклиптики. Более того, в момент противостояния звезды, когда ее параллактическое смещение обращается в ноль, орбитальное смещение также отсутствует. Из этого можно сделать вывод, что орбитальное движение в плоскости эклиптики происходит либо в том же направлении, что параллактическое, либо в точности противоположно ему (иными словами, разность фаз равна либо нулю, либо  $180^\circ$ ). Обозначим через  $\alpha$  половину отрезка, описываемого звездой в ходе ее орбитального движения. Тогда для первого и второго случая:

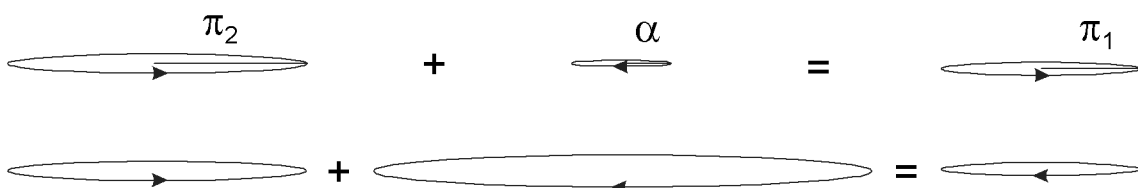
$$\begin{aligned} \pi_2 - \alpha_1 &= \pi_1, \\ \pi_2 - \alpha_2 &= -\pi_1, \end{aligned}$$

из чего следует:

$$\alpha_{2,1} = \pi_2 \pm \pi_1.$$

Значения угла  $\alpha$  для первого и второго случая составляет  $0.0005''$  и  $0.0025''$  соответственно. Зная расстояние до цефеиды, можно найти радиус орбиты главной звезды:

$$a_{C1,2}(\text{a.e.}) = \frac{\alpha_{1,2}''}{\pi_2''} = 0.3; 1.7.$$



## Практический тур

Радиусы орбит двух звезд ( $a_c$  и  $a_x$ ) связаны соотношением

$$\frac{a_c}{a_x} = \frac{M_x}{M_c},$$

где  $M_c$  и  $M_x$  — массы этих звезд. Расстояние между звездами составляет

$$a = a_x + a_c = a_c \left( 1 + \frac{M_c}{M_x} \right).$$

Выражая массы в массах Солнца, большую полуось в а.е., период обращения в годах (он равен единице), можно записать III закон Кеплера:

$$a^3 = M_x + M_c;$$
$$a_c = \frac{(M_x + M_c)^{1/3}}{1 + \frac{M_c}{M_x}}.$$

По условию задачи, масса спутника заметно меньше массы цефеиды. В этом случае уравнение упрощается:

$$a_c = \frac{M_x (M_c)^{1/3}}{M_c}; \quad M_x = a_c M_c^{2/3}.$$

Подставляя два возможных значения  $a_c$ , получаем значения  $M_x$ : 1 и 5 масс Солнца. Во втором случае масса получается сопоставимой с массой цефеиды, что противоречит условию задачи и сделанным предположениям. Поэтому мы можем сделать вывод, что из двух сценариев, изображенных на рисунке, возможен только первый, а масса спутника цефеиды равна одной массе Солнца.



**Метеорный ливень** (О.С. Угольников)

Класс: **10 11**

Задача: **3**

**?** В Анапе (широта  $+45^\circ$ ) наблюдается сильная вспышка метеорного дождя, продолжающаяся около часа. В ее середине радиант потока, находящийся на небесном экваторе, проходит точку верхней кульминации. Наблюдатель регистрирует метеоры, относящиеся к потоку и появляющиеся в узкой полосе (ширина  $10^\circ$ ) вдоль небесного меридиана от севера до юга на высоте более  $20^\circ$ . За 20 минут наблюдений вблизи максимума вспышки он заметил 500 таких метеоров.

Нарисуйте график количества зафиксированных метеоров от положения точки возгорания на меридиане с интервалом в  $10^\circ$  (зенитное расстояние от  $0^\circ$  до  $10^\circ$ , от  $10^\circ$  до  $20^\circ$ , ... , от  $60^\circ$  до  $70^\circ$  на севере и юге).

Считать, что проникающая способность наблюдателя метеоров одинакова по всему меридиану, не зависит от угловой скорости метеоров и составляет  $4^m$ . Принять, что все метеоры загораются на высоте 100 км в атмосфере Земли, а их распределение по яркости соответствует индексу 2.512 (в каждом участке неба метеоров ярче  $2^m$  в 2.512 раза больше, чем метеоров ярче  $1^m$ , метеоров ярче  $3^m$  — в 2.512 раза больше, чем метеоров ярче  $2^m$  и так далее).

Атмосферным поглощением света пренебречь (для 10 класса).

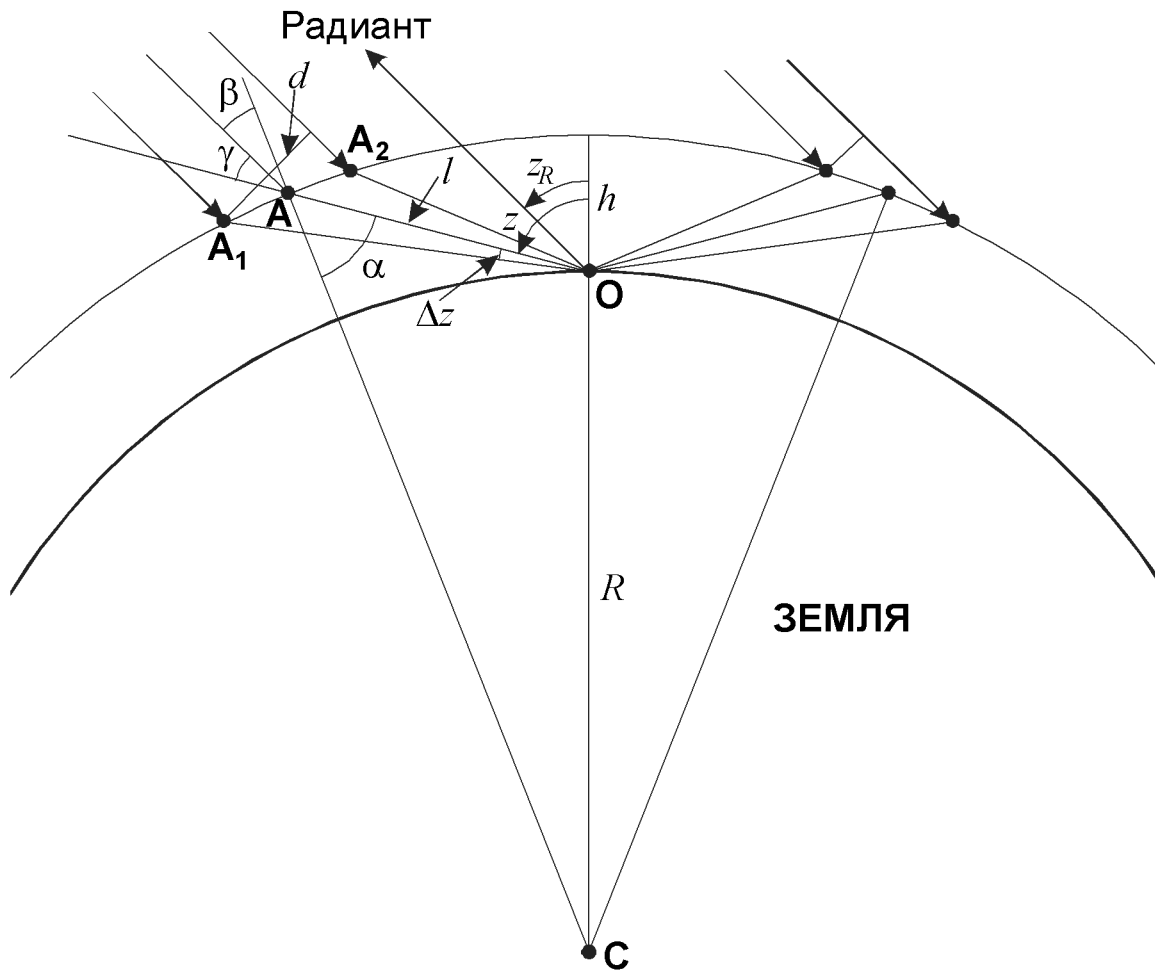
Атмосферное поглощение света в зените составляет  $0.2^m$  (для 11 класса).

**!** Радиант метеорного потока располагается на небесном экваторе, и его зенитное расстояние в момент верхней кульминации  $z_R$  равно широте места наблюдения,  $45^\circ$ . Наблюдения продолжались всего 10 минут до кульминации и 10 минут после нее. Этот период меньше продолжительности вспышки. За это же время радиант удалился от небесного меридиана всего на  $2.5^\circ$ . Это вдвое меньше полуширины полосы, в которой фиксировались метеоры. Поэтому мы можем рассматривать картину в плоскости небесного меридиана и считать, что радиант все время находится в этой плоскости на зенитном расстоянии  $z_R$ . Построим рисунок в плоскости небесного меридиана, поместив наблюдателя в точку **O**.

Рассмотрим одну из 10-градусных зон, в которых ведется подсчет метеоров. Пусть  $z$  — зенитное расстояние середины этой зоны (оно может быть равно  $5^\circ$ ,  $15^\circ$  и т.д. до  $65^\circ$ ), а  $\Delta z$  — ее полуширина, составляющая  $5^\circ$ . Проведем окружность, проходящую на высоте  $h$  над поверхностью Земли. Метеоры, попадающие в указанную зону, загораются на дуге  $A_1A_2$  этой окружности. Длина этой дуги существенно меньше радиуса окружности ( $R+h$ ), и мы можем считать эту дугу отрезком прямой.

Пусть точка **A** на дуге соответствует середине данной зоны (с хорошей точностью она совпадает с серединой отрезка  $A_1A_2$ ). Обозначим расстояние от наблюдателя до точки **A** через  $l$ . В треугольнике **COA** на рисунке угол **COA** — смежный по отношению к зенитному расстоянию  $z$ . Поэтому мы можем записать выражение теоремы косинусов как

## Практический тур



$$(R+h)^2 = R^2 + l^2 + 2Rl \cos z.$$

Примем далее во внимание, что высота вспышки метеоров  $h$  (100 км) значительно меньше радиуса Земли  $R$  (6370 км). Это позволяет нам пренебречь слагаемыми порядка  $h^2$  и переписать левую часть уравнения:

$$R^2 + 2Rh = R^2 + l^2 + 2Rl \cos z.$$

Отсюда мы получаем квадратное уравнение для величины  $l$ :

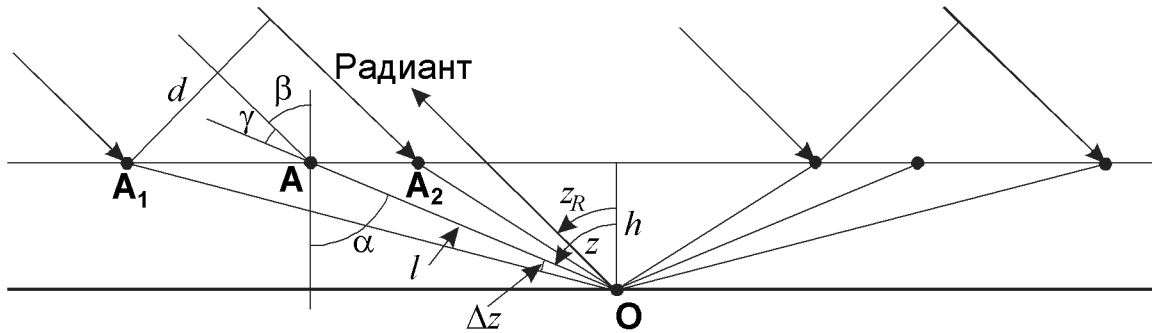
$$l^2 + 2Rl \cos z - 2Rh = 0.$$

В этом уравнении положительным оказывается один корень:

$$l = -R \cos z + \sqrt{R^2 \cos^2 z + 2Rh} = R \cos z \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{2h}{R \cos^2 z}} - 1 \right).$$

Обратим внимание, что во всем рассматриваемом участке небесного меридиана величина  $z$  не превосходит  $70^\circ$ . В этом случае

$$\frac{2h}{R \cos^2 z} \leq \frac{2h}{R \cos^2 70^\circ} = 0.27.$$



Поэтому мы можем считать, что

$$\sqrt{1 + \frac{2h}{R \cos^2 z}} \approx 1 + \frac{h}{R \cos^2 z},$$

и далее:

$$l = \frac{h}{\cos z}.$$

Это выражение соответствует простой модели плоской Земли. Фактически мы обосновали ее применимость для данной ситуации — существенные отклонения появятся лишь вблизи горизонта, при  $z$  больше  $70^\circ$ , однако эти участки неба не охватывались наблюдениями. В дальнейшем мы будем вести решение для этой модели (соответствующие величины будут иметь индекс "F"), а также получим характерные оценки для более сложной модели, учитывающей сферичность Земли в первом приближении (с точностью до слагаемых порядка  $h/R$ ). Сходство результатов станет дополнительным критерием возможности использования модели плоской Земли. Эта модель отражена на рисунке сверху.

Применяя теорему синусов к треугольнику  $COA$  на первом рисунке, запишем:

$$\frac{R+h}{\sin z} = \frac{R}{\sin \alpha}.$$

Учитывая, что  $h$  существенно меньше  $R$ , это уравнение можно переписать как

$$\sin \alpha = \sin z \cdot \left(1 - \frac{h}{R}\right).$$

Пользуясь известным соотношением для малого угла  $\lambda$ :

$$\sin(z - \lambda) = \sin z - \lambda \cos z,$$

получаем выражение для радианной меры угла  $\alpha$ :

$$\alpha = z - \frac{h}{R} \operatorname{tg} z.$$

В модели "плоской Земли" это соотношение будет выглядеть значительно проще:  $\alpha_F = z$ . Для определенности примем далее, что величина  $z$  положительна в южной части небесного меридиана и отрицательна — в северной,



## Практический тур

правой части рисунка. Все полученные ранее формулы при этом остаются справедливыми, а угол  $\alpha$  для точек в северной части меридиана также будет отрицательным. Угловое расстояние между точкой меридиана с зенитным расстоянием  $z$  и радиантом составит

$$\gamma = z - z_R.$$

Данная величина положительна к югу от радианта и отрицательна к северу от него. Найдем угол  $\beta$ , под которым метеорные тела влетают в атмосферу Земли. Из рисунков видно, что:

$$\beta = \alpha - \gamma = z_R - \frac{h}{R} \operatorname{tg} z.$$

Для модели "плоской Земли" последнее соотношение будет простым и очевидным:  $\beta_F = z_R$ . Теперь найдем длину отрезка  $\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2$ :

$$\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 = h \cdot (\operatorname{tg}(z + \Delta z) - \operatorname{tg}(z - \Delta z)) = \frac{2h\Delta z}{\cos^2 z}.$$

Здесь мы вновь использовали приближенную тригонометрическую формулу, учитывая малость величины  $\Delta z$ .

Количество метеоров, загоревшихся в той или иной 10-градусной зоне, пропорциональны величине площадки, перпендикулярной движению метеоров, в которую они должны попасть, чтобы быть зарегистрированными в этой зоне. Форма этой площадки близка к прямоугольнику, одна из сторон которого составляет:

$$d = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \cos \beta = \frac{2h\Delta z}{\cos^2 z} \cos \left( z_R - \operatorname{tg} z \frac{h}{R} \right).$$

Из двух компонент, стоящих в скобках, вторая значительно меньше первой, в чем можно убедиться подстановкой максимального значения  $z$ , при котором проводились наблюдения. Вновь применяя формулу приближенной тригонометрии, получаем:

$$d = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \cos \beta = \frac{2h\Delta z \cos z_R}{\cos^2 z} + \frac{2h\Delta z \sin z_R}{\cos^2 z} \operatorname{tg} z \frac{h}{R} = \frac{2h\Delta z \cos z_R}{\cos^2 z} \cdot \left( 1 + \frac{h \operatorname{tg} z \operatorname{tg} z_R}{R} \right).$$

Для модели "плоской Земли", очевидно:

$$d_F = \frac{2h\Delta z \cos z_R}{\cos^2 z}.$$

Вторая сторона прямоугольника горизонтальна и перпендикулярна плоскости рисунка. Ее длина составляет

$$b = l \cdot \theta = \frac{h \cdot \theta}{\cos z},$$

где  $\theta$  — постоянная ширина полосы наблюдений. В формуле также учтено, что данная ширина невелика. В итоге, искомая площадь составляет

## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

$$S = d \cdot b = \frac{2h^2\theta\Delta z \cos z_R}{\cos^3 z} \cdot \left(1 + \frac{h \operatorname{tg} z \operatorname{tg} z_R}{R}\right)$$

Для модели "плоской Земли":

$$S_F = \frac{2h^2\theta\Delta z \cos z_R}{\cos^3 z}.$$

Обращаем внимание, что полученная зависимость достаточно проста (числитель является постоянной величиной) и характеризуется резким увеличением площади при удалении от зенита. Разумеется, количество метеоров не будет так сильно зависеть от зенитного расстояния, так как наблюдатель видит только самые яркие метеоры, с блеском свыше 4<sup>m</sup>. По условию задачи, с увеличением звездной величины на 1<sup>m</sup> (то есть, при уменьшении минимальной яркости в 2.512 раза) количество метеоров ярче указанного уровня возрастает в 2.512 раза. Иными словами, число метеоров ярче величины  $J$  пропорционально  $1/J$ .

Предположим, в атмосферу влетело метеорное тело. Яркость этого метеора при наблюдении в зените составила  $J_0$ . Определим, какую яркость это тело бы имело при наблюдении на зенитном расстоянии  $z$ . Если пренебречь поглощением света в атмосфере (как это было предложено в задании для 10 класса), то яркость уменьшится только за счет большего расстояния до метеора. В таком случае

$$J_1 = J_0 \frac{h^2}{l^2} = J_0 \cos^2 z.$$

Если же учесть атмосферное поглощение (как было нужно в задании для 11 класса), то яркость составит

$$J_2 = J_0 \frac{h^2}{l^2} \cdot \frac{10^{-0.4 \cdot m_e / \cos z}}{10^{-0.4 \cdot m_e}} = J_0 \cos^2 z \cdot 10^{-0.4 \cdot m_e \cdot \left(\frac{1}{\cos z} - 1\right)}.$$

Здесь  $m_e$  — значение атмосферного поглощения в зените. Получается, что метеоры вдали от зенита оказываются слабее, чем такие же метеоры в зените. Пусть  $j$  — минимальная яркость метеора, заметная невооруженным глазом в зените. Чтобы быть замеченным на зенитном расстоянии  $z$ , метеор должен иметь там такую же яркость  $j$ , а в зените он тогда был бы ярче в  $J_0/J_{1(2)}$  раз. Но, как указывалось выше, таких метеоров меньше, соответствующий коэффициент есть обратная величина к отношению яркостей. Доля видимых глазом метеоров из всех, попавших в данную 10-градусную зону, будет пропорциональна величине

$$F_{1(2)} = \frac{J_{1(2)}}{J_0}.$$

В итоге, количество метеоров будет пропорционально площади  $S$  и величине  $F_1$  ( $F_2$ ):

## Практический тур

$$n_1 = S \cdot F_1 = \frac{2h^2\theta \Delta z \cos z_R}{\cos z} \cdot \left(1 + \frac{htgz \operatorname{tg} z_R}{R}\right),$$

$$n_2 = S \cdot F_2 = \frac{2h^2\theta \Delta z \cos z_R}{\cos z} 10^{-0.4 \cdot m_e \cdot \left(\frac{1}{\cos z} - 1\right)} \cdot \left(1 + \frac{htgz \operatorname{tg} z_R}{R}\right).$$

В модели "плоской Земли" в формулах отпадают последние множители:

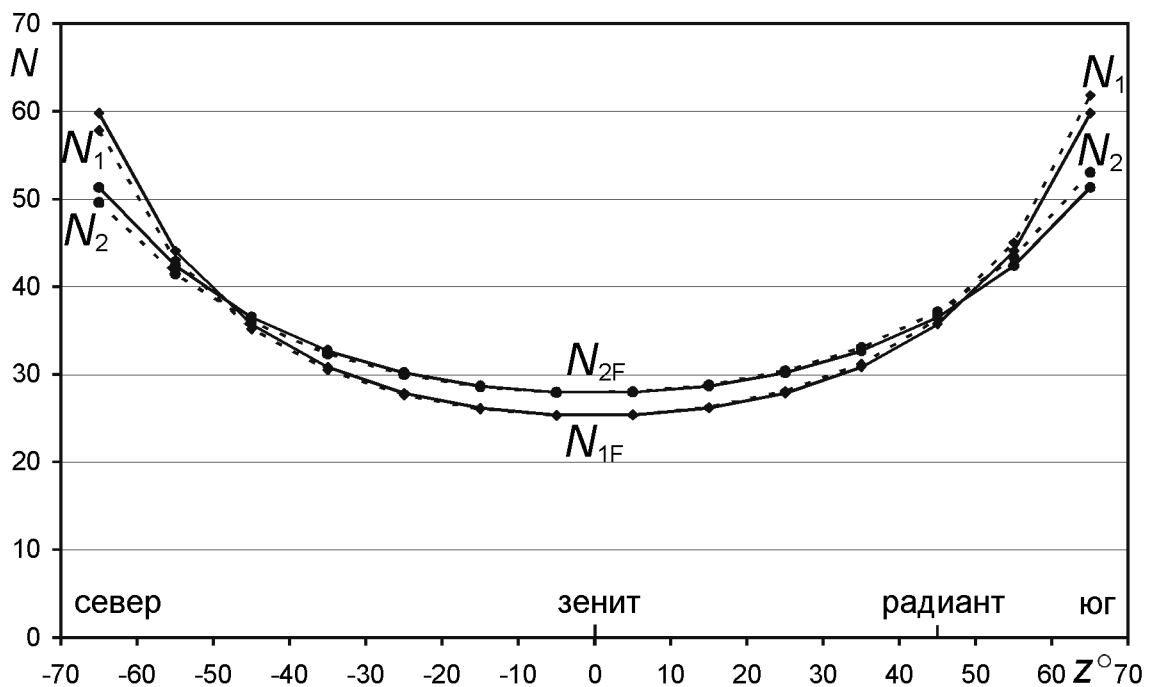
$$n_{1F} = S_F \cdot F_1 = \frac{2h^2\theta \Delta z \cos z_R}{\cos z},$$

$$n_{2F} = S_F \cdot F_2 = \frac{2h^2\theta \Delta z \cos z_R}{\cos z} 10^{-0.4 \cdot m_e \cdot \left(\frac{1}{\cos z} - 1\right)}.$$

Нам известно, что полное количество метеоров, зарегистрированных вдоль участка меридиана, составляло 500. Чтобы получить количество метеоров, вспыхнувших в каждой 10-градусной зоне, нужно "нормировать" полученные значения  $n$ :

$$N_{1,2}(z_i) = 500 \cdot \frac{n_{1,2}(z_i)}{\sum_j n_{1,2}(z_j)}, \quad N_{1F,2F}(z_i) = 500 \cdot \frac{n_{1F,2F}(z_i)}{\sum_j n_{1F,2F}(z_j)}.$$

Результаты представлены в виде графиков. Сплошными линиями показаны зависимости, полученные с использованием модели "плоской Земли". Мы видим, что количество метеоров увеличивается от зенита к горизонту. Этот факт сохраняется и для кривой  $N_2$ , рассчитанной с учетом атмосферного поглощения, хотя указанная зависимость там менее резкая. В реальности, при больших значениях атмосферного поглощения  $m_e$  и



## XVII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

заметной засветке неба у горизонта наклон кривой еще слабее, а на больших зенитных расстояниях число метеоров начинает уменьшаться.

Приближенный учет сферичности Земли приводит к едва заметным отклонениям только при  $z$  порядка  $60^\circ$ - $70^\circ$ , как показывают пунктирные линии на графике. Эти отклонения делают кривую несимметричной относительно зенита — в южной части неба, под радиантом, метеоров чуть больше, чем у северного горизонта. Но в рамках указанных зенитных расстояний разница результатов двух моделей, мала, что еще раз подтверждает возможность использовать простую модель "плоской Земли".



**NGC 5750** (Е.Н. Фадеев, О.С. Угольников)

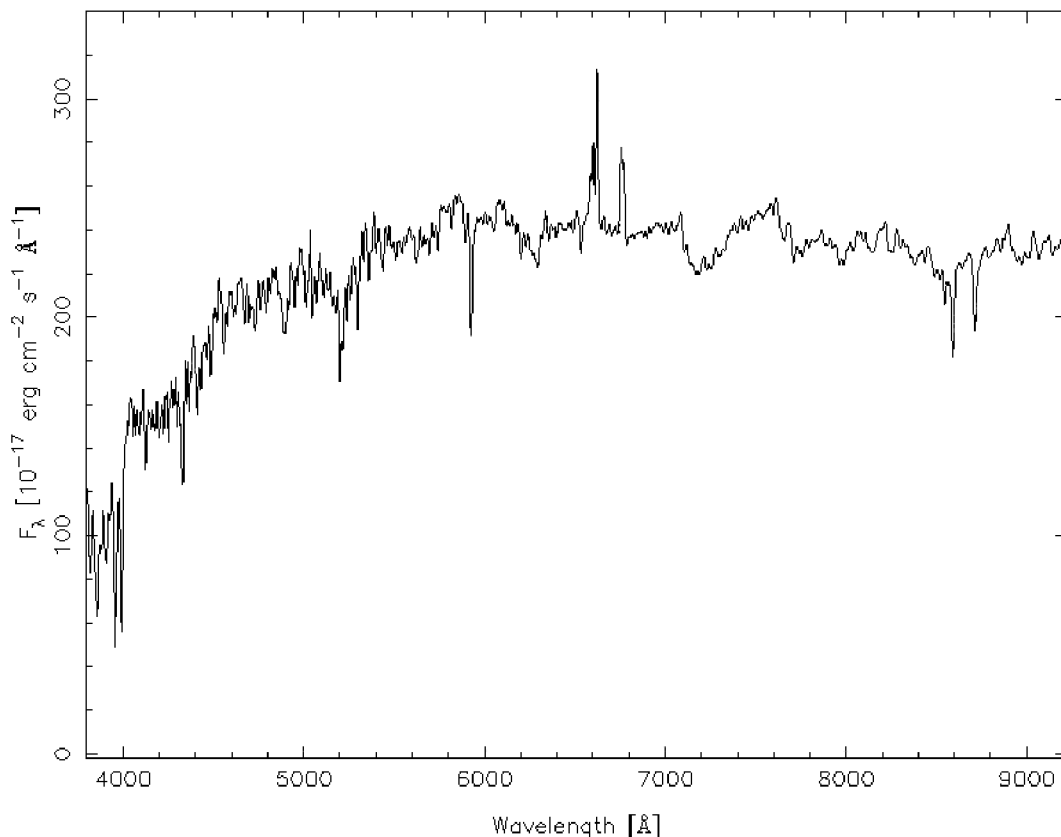
Класс:

**11**

Задача:

**1**

? Галактика NGC 5750 находится на расстоянии 25 Мпк от Земли. На рисунке изображен ее спектр. На Земле проводится фотометрия галактики с двумя светофильтрами — зеленым (область пропускания от 5000 до 5200 ангстрем) и красным (от 6000 до 6300 ангстрем). Определите отношение потоков энергии от галактики, зарегистрированных в "зеленой" и "красной" спектральных областях. Каким стало бы это отношение, если бы галактика в настоящее время располагалась в 50 раз дальше от Земли? Оба светофильтра считать идеальными (100%-пропускание света внутри рабочей полосы и полное блокирование света вне ее). Атмосферным и межгалактическим поглощением пренебречь.



## Практический тур

! На графике представлены зависимости потока ее излучения  $F_\lambda$  (мощность на единицу площади) на единицу длины волны — ангстрем.

Если мы возьмем светофильтр, вырезающий определенный диапазон длин волн (от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ ), то поток излучения от галактики, измеренный с этим светофильтром, составит площадь фигуры под графиком, ограниченной вертикальными прямыми, соответствующими данным длинам волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Для двух светофильтров, описанных в условии задачи, эти прямые показаны на рисунке сплошными линиями.

Однако, если спектральные вариации в пределах данного интервала невелики (если там нет сильных линий поглощения или излучения), то поток излучения может быть выражен простой формулой:

$$J = F \cdot \Delta \lambda,$$

где  $\Delta \lambda$  — ширина спектрального интервала, а  $F$  — среднее значение функции  $F_\lambda$  на этом интервале (если спектр имеет форму прямой, то  $F$  будет равно значению функции  $F_\lambda$  в середине интервала).

Выделим интервалы, указанные в условии задачи. Резких вариаций функции  $F_\lambda$  на этих интервалах нет. Определим по графику средние значения этой функции на интервалах:

$$F_{01} = 2.2 \cdot 10^{-15} \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ \AA}^{-1}; \quad F_{02} = 2.4 \cdot 10^{-15} \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ \AA}^{-1}.$$

Отношение потоков в двух полосах составит

$$K_0 = \frac{J_{01}}{J_{02}} = \frac{F_{01} \Delta \lambda_{01}}{F_{02} \Delta \lambda_{02}} = 0.6.$$

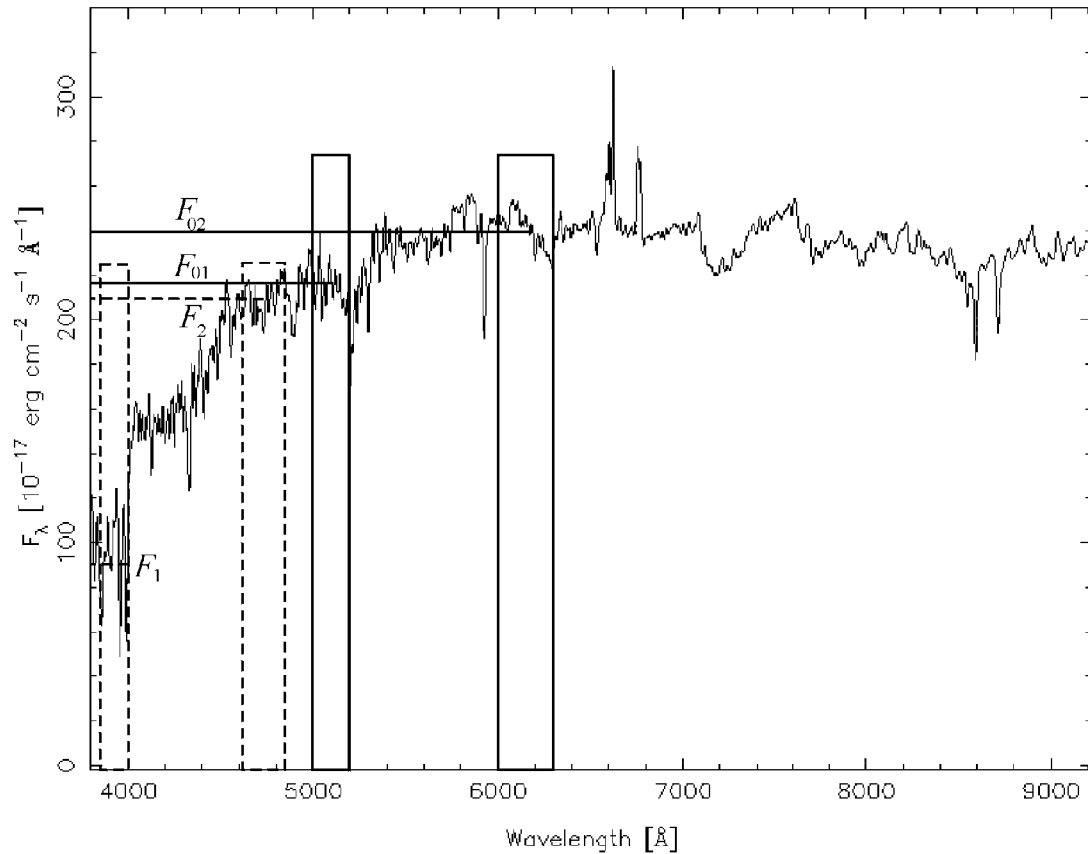
Галактика, находящаяся от нас на расстоянии  $R_0$  (25 Мпк), будет иметь красное смещение:

$$z_0 = \frac{H \cdot R_0}{c} = 0.006.$$

Эта величина мала, и космологические эффекты не будут оказывать заметного влияния на фотометрические характеристики галактики. Но при увеличении расстояния  $R$  в 50 раз (до 1.25 Гпк) красное смещение  $z$  составит уже весьма заметную величину: 0.3. В то же время, оно остается меньше единицы, что позволяет нам пользоваться формулой, аналогичной написанной выше. Излучение галактики с длиной волны  $\lambda_0$  будет регистрироваться на длине волны  $\lambda$ :

$$\lambda = \lambda_0 (1 + z).$$

Если мы будем наблюдать эту галактику на Земле с теми же светофильтрами (от 5000 до 5200 и от 6000 до 6300 ангстрем), то мы будем регистрировать ее излучение, испущенное в других спектральных интервалах, длина волн которых будет в  $(1+z)$  или в 1.3 раза меньше наблюдаемых. Нетрудно посчитать, что это будут интервалы от 3850 до 4000 и от 4615 до 4845 ангстрем. В обоих случаях ширина интервала  $\Delta \lambda$  будет в 1.3 раза меньше соответствующей ширины  $\Delta \lambda_0$ .



Проведем соответствующие вертикальные линии на графике и получим характерные значения функции  $F_\lambda$ :

$$F_{C1} = 0.9 \cdot 10^{-15} \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ \AA}^{-1}; \quad F_{C2} = 2.1 \cdot 10^{-15} \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ \AA}^{-1}.$$

Величины  $F_1$  и  $F_2$ , относящиеся к расстоянию  $R$ , соответствуют формуле

$$F_{1,2} = F_{C1,2} \left( \frac{R_0}{R_1} \right)^2 \theta(z),$$

где величина  $\theta(z)$  немного меньше единицы и зависит от принимаемой космологической модели. Она учитывает, в частности, уменьшение энергии и частоты их регистрации за счет расширения Вселенной. Однако, данный множитель одинаков для всех длин волн. Поэтому

$$K = \frac{J_1}{J_2} = \frac{F_1 \Delta\lambda_1}{F_2 \Delta\lambda_2} = \frac{F_{C1} \Delta\lambda_{01}}{F_{C2} \Delta\lambda_{02}} = 0.3.$$