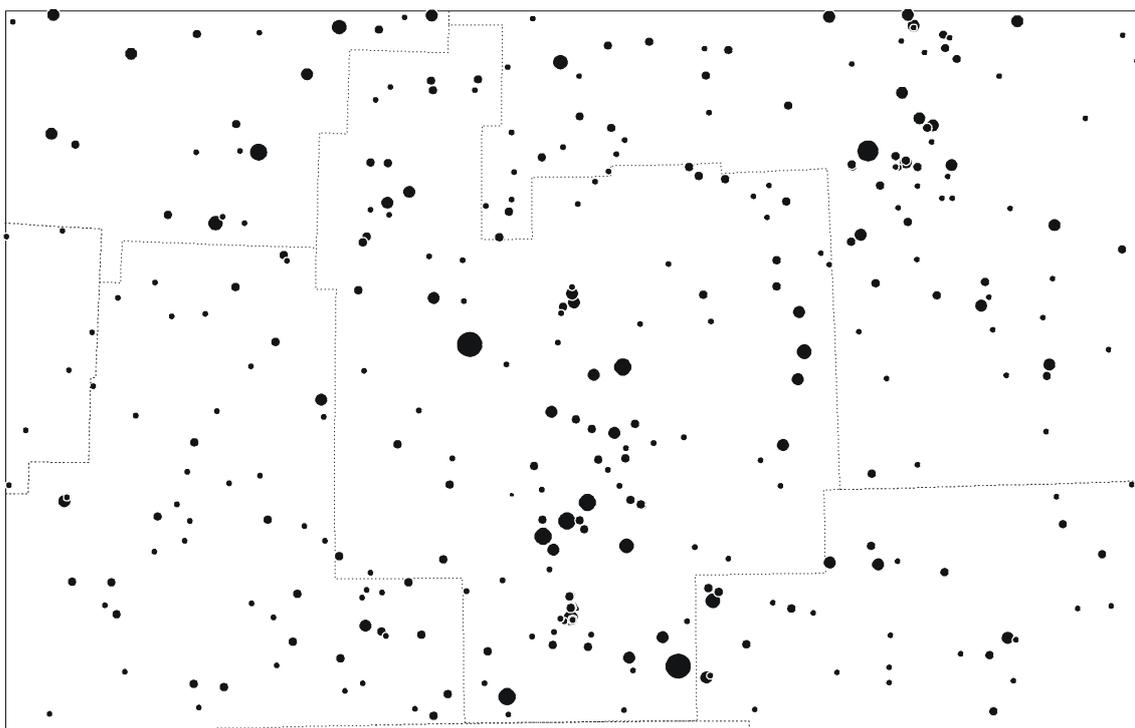


III (региональный) этап

Условия задач

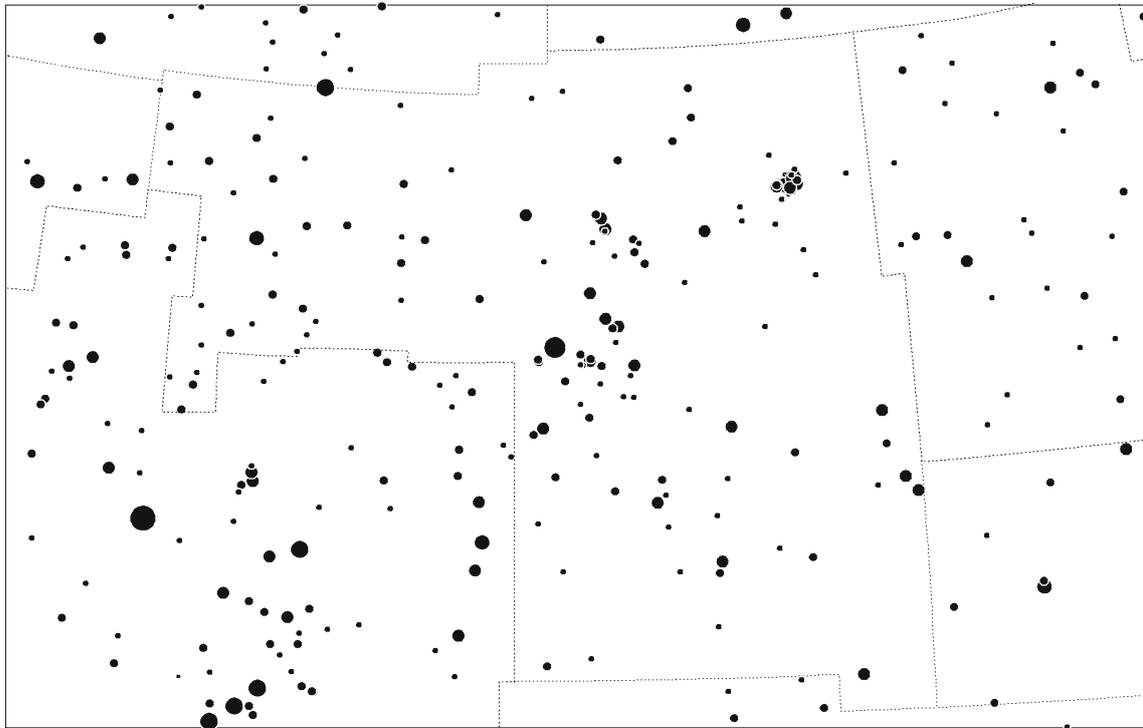
9 класс

1. На рисунке представлено одно из созвездий, видимых с территории нашей страны. Назовите это созвездие, подпишите на выданной карте известные вам названия звезд, дорисуйте и подпишите известные вам объекты (галактики, туманности, звездные скопления). Подпишите на границах созвездия названия его соседей по небесной сфере. Можно ли сегодня увидеть это созвездие? Если да, то в какое время суток?



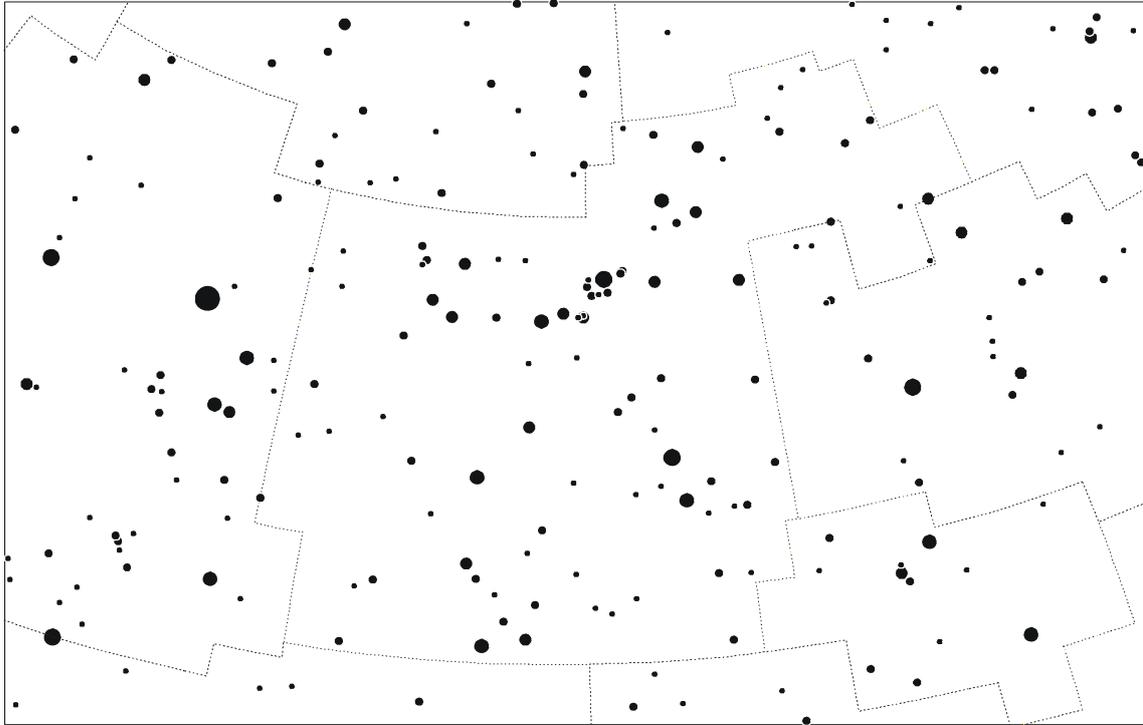
2. Каким может быть склонение звезд, азимут которых в течение суточного движения на широте φ меняется в пределах не более 180° ?
3. Что ярче при наблюдении глазом – одна звезда 1^m , три звезды 2^m или пять звезд 3^m ?
4. Почему день весеннего равноденствия не всегда приходится на 21 марта?
5. Малые спутники двух планет обращаются по своим круговым орбитам с одинаковой линейной скоростью, но период обращения одного спутника вдвое больше периода обращения другого. Как соотносятся массы двух планет?
6. В один момент времени планета Венера оказалась в наибольшей восточной элонгации для наблюдателей на Земле и в наибольшей западной элонгации для наблюдателей на Марсе. Найти расстояние между Землей и Марсом в этот момент. Орбиты всех трех планет считать круговыми.

1. На рисунке представлено одно из созвездий, видимых с территории нашей страны. Назовите это созвездие, подпишите на выданной карте известные вам названия звезд, дорисуйте и подпишите известные вам объекты (галактики, туманности, звездные скопления). Подпишите на границах созвездия названия его соседей по небесной сфере. Можно ли сегодня увидеть это созвездие? Если да, то в какое время суток?



2. Разность прямых восхождений двух звезд составляет 60° . Склонения звезд одинаковы. Восход одной звезды наблюдается 23 марта в $20^{\text{h}}36^{\text{m}}12^{\text{s}}$ по московскому времени. В какое время восходит в этот день вторая звезда?
3. Юный любитель астрономии небольшим плоским квадратным зеркальцем пускает «солнечные зайчики» на стене дома, расположенного в 150 метрах от зеркальца. Оцените размер зеркальца, если известно, что из центра «солнечного зайчика» оно выглядит как объект -20^{m} . Видимая звездная величина Солнца равна -26.8^{m} , солнечный свет падает на идеальное зеркало под углом 45° к его плоскости.
4. Через какое время после полнолуния фаза Луны впервые станет равной 0.90? 0.15? Орбиту Луны считать круговой.
5. Малые спутники двух планет обращаются по своим круговым орбитам с одинаковой линейной скоростью, но период обращения одного спутника вдвое больше периода обращения другого. Как соотносятся массы двух планет?
6. Наблюдая полное лунное затмение, любитель астрономии обнаружил, что в телескоп с диаметром объектива 5 см с увеличением 20 крат красная окраска Луны видна значительно хуже, чем невооруженным глазом. В чем состоит причина? Диаметр зрачка человеческого глаза составляет 6 мм.

1. На рисунке представлено одно из созвездий, видимых с территории нашей страны. Назовите это созвездие, подпишите на выданной карте известные вам названия звезд, дорисуйте и подпишите известные вам объекты (галактики, туманности, звездные скопления). Подпишите на границах созвездия названия его соседей по небесной сфере. Можно ли сегодня увидеть это созвездие? Если да, то в какое время суток?

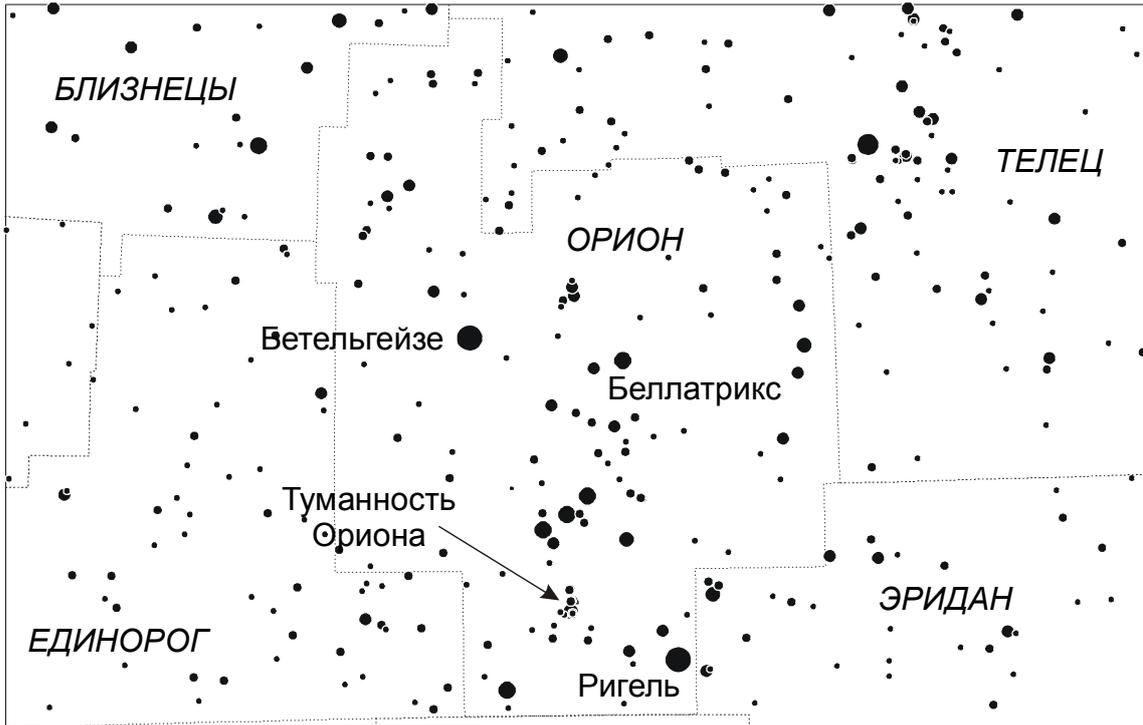


2. Звезда Барнарда имеет собственное движение $10.3''/\text{год}$ и лучевую скорость, равную -111 км/с . Когда она пройдет (или прошла) на минимальном расстоянии от Солнца и какую будет иметь звездную величину, если ее паралакс составляет $0.547''$, а видимая звездная величина равна 9.53^m ?
3. 4 февраля 1993 года была успешно реализована демонстрационная космическая программа «Знамя-2», в ходе которой на борту грузового космического корабля «Прогресс М-15» была развернута большая 20-метровая плоская тонкопленочная зеркальная конструкция и проведен эксперимент «Новый Свет» по освещению ночной стороны Земли. Оцените, какую освещенность в лунеттах (единицах освещенности от полной Луны) можно создать в центре светового пятна на поверхности Земли, если известно, что высота орбиты станции была равна 350 км. Считать, что спутник находится в зените, а солнечные лучи падают на идеальное зеркало под углом 50° к его плоскости. Звездные величины Солнца и Луны равны -26.8^m и -12.7^m .
4. Почему день весеннего равноденствия не всегда приходится на 21 марта? Когда наступит весеннее равноденствие в 2081 году, если в 2004 году оно пришлось на $06^h 49^m$ по Всемирному времени 20 марта? Продолжительность тропического года составляет 365.24219 суток.
5. Искусственный спутник Земли обращается вокруг нашей планеты по эллиптической орбите. В точке перигея его скорость равна второй космической скорости для точки апогея. Найдите эксцентриситет орбиты спутника.
6. Какие звезды больше – голубые сверхгиганты или красные сверхгиганты? Почему?

Решения задач

9 класс

1. На рисунке показано созвездие Ориона. Основными объектами этого созвездия являются яркие звезды Бетельгейзе, Ригель и Беллатрикс, три звезды, образующие «пояс Ориона», газовая Туманность Ориона (M42 и M43). Внутри туманности Ориона располагается кратная звезда θ Ориона («Трапеция Ориона»). Эти объекты и соседние созвездия подписаны на звездной карте. Во время проведения олимпиады (январь-февраль) созвездие Ориона хорошо видно, восходя еще до наступления темноты, кульминируя на юге в первой половине ночи и заходя на западе во второй половине ночи.



2. Если верхняя кульминация светила происходит на юге, а нижняя кульминация – на севере (вне зависимости, над или под горизонтом), то по ходу суточного движения это светило проходит восточный и западный круги высоты, и его азимут описывает полный круг в 360° , принимая все возможные значения (см. суточный трек 1 на рисунке). Аналогичная ситуация имеет место в южном полушарии, если светило проходит верхнюю кульминацию на севере, а нижнюю – на юге. Условие задачи в этих случаях выполняться не будет.



Если верхняя и нижняя кульминация происходят с одной стороны от зенита (трек 3 на рисунке), то условие задачи выполнится. Граничный случай соответствует треку 2, проходящему через зенит. Склонение светила, описывающий подобный трек, равно широте места наблюдения. Условие задачи будет выполняться в северном полушарии для светил, чье склонение δ превышает широту места φ . Оно будет также выполняться для светил, движущихся ниже трека 2', то есть светил со склонением, меньшим $-\varphi$. В итоге, в северном полушарии условие задачи выполняется, если $|\delta| > \varphi$.

Проводя аналогичные рассуждения для южного полушария, где $\varphi < 0$, получаем условие $|\delta| > -\varphi$. Окончательный ответ задачи следующий: азимут светила меняется в пределах 180° , если $|\delta| > |\varphi|$.

3. В соответствии с определением звездной величины, звезда 1^m в 2.512 раза ярче звезды 2^m , которая, в свою очередь, в 2.512 раза ярче звезды 3^m . Если обозначить яркость одной звезды 3^m как j , то яркость одной звезды первой величины, трех звезд второй величины и пяти звезд третьей величины составит соответственно:

$$J_1 = j \cdot 2.512 \cdot 2.512 \approx j \cdot 6.310;$$

$$J_2 = j \cdot 2.512 \cdot 3 = j \cdot 7.536;$$

$$J_3 = j \cdot 5.$$

Выходит, что ярче светят три звезды второй величины.

4. Промежуток времени между двумя последовательными весенними равноденствиями, называемый тропическим годом, составляет 365.24219 средних солнечных суток или примерно 365 суток 5 часов и 49 минут. Календарный год состоит из 365 или 366 суток. Поэтому в разные годы момент весеннего равноденствия может попадать как на 21, так и на 20 марта. К примеру, в 2003 году весеннее равноденствие наступило 21 марта ровно в 1 час по Всемирному времени, а в 2004 году оно произошло 20 марта в 6 часов 49 минут по Всемирному времени.
5. Запишем формулировку обобщенного III закона Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2}.$$

Здесь a – большая полуось орбиты (в случае круговой орбиты – ее радиус), T – период обращения, M – суммарная масса планеты и спутника. Так как спутники малые, данная величина равна массе планеты. Линейная скорость орбитального движения спутника по круговой орбите равна

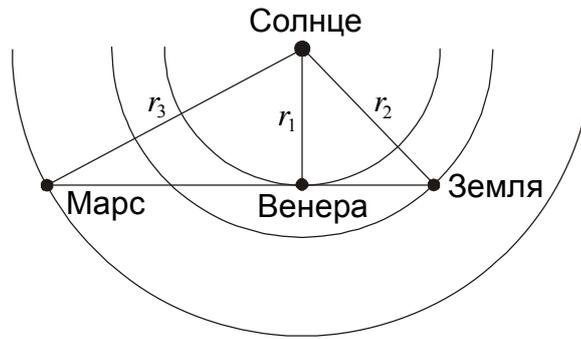
$$v = \frac{2\pi a}{T}.$$

Выражая в этой формуле a через v и подставляя в III закон Кеплера, получаем

$$\frac{v^3 T}{2\pi} = GM.$$

По условию задачи, орбитальные скорости спутников одинаковые, а период обращения у первого спутника вдвое больше, чем у второго. Получается, что масса первой планеты вдвое больше массы второй планеты.

6. Взаимное положение Венеры, Земли и Марса для указанного момента изображено на рисунке.

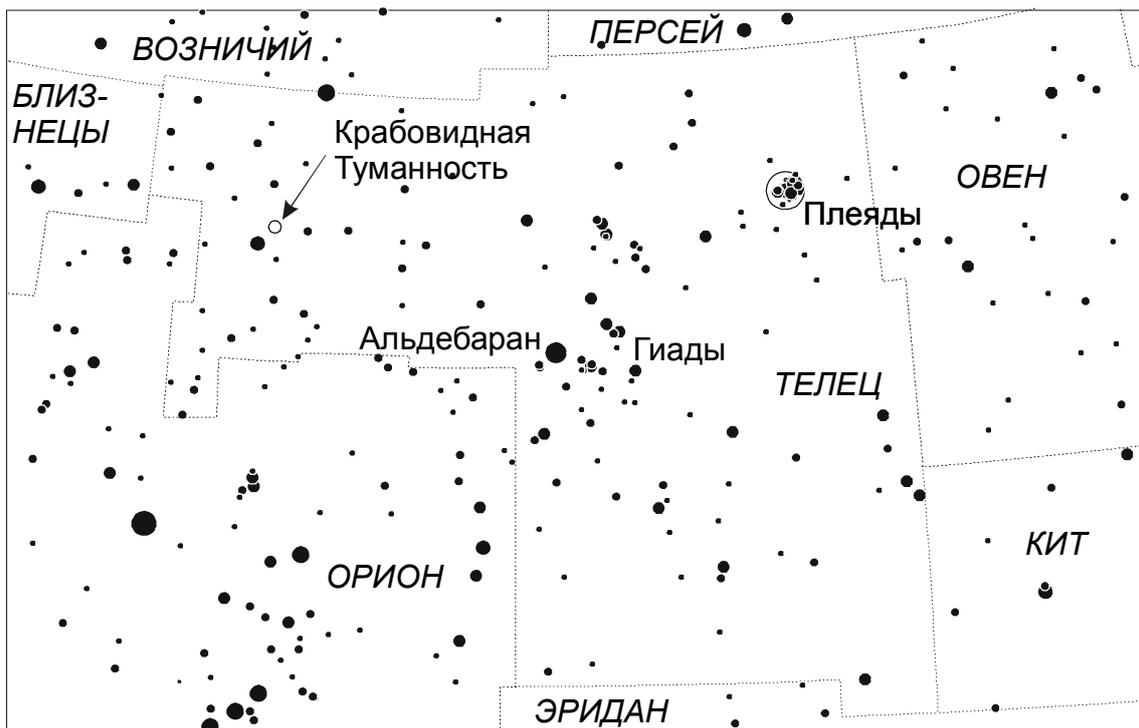


Так как Венера находится в наибольшей элонгации для наблюдателей на Земле и Марсе, линии Земля-Венера и Марс-Венера касаются орбиты Венеры. Следовательно, все три планеты находятся на одной прямой, причем Марс и Земля располагаются по разные стороны от Венеры, так как на Земле элонгация у Венеры восточная, а на Марсе – западная. Обозначая радиусы орбит Венеры, Земли и Марса как r_1 , r_2 и r_3 , получаем выражение для расстояния между Землей и Марсом:

$$l = \sqrt{r_2^2 - r_1^2} + \sqrt{r_3^2 - r_1^2} = 2.03 \text{ a.e.}$$

1. На рисунке изображено созвездие Тельца. Самая яркая звезда этого созвездия – красный Альдебаран. Он проецируется на рассеянное звездное скопление Гиады, хотя сам не входит в это скопление. Гиады занимают достаточно большую площадь на небе. Еще одно рассеянное скопление – Плеяды – также находится в созвездии Тельца, к северо-западу от Гиад. Невооруженным глазом в Плеядах видно 6-7 звезд в виде маленького ковшика. Еще один примечательный объект в созвездии Тельца – Крабовидная Туманность – остаток вспышки сверхновой звезды, наблюдавшейся в 1054 году.

Объекты созвездия Тельца и соседние созвездия подписаны на звездной карте. Во время проведения олимпиады (январь-февраль) созвездие Тельца хорошо видно в течение первой половины ночи и некоторого времени после полуночи. Лучше всего его наблюдать вечером, когда оно находится высоко в южной части неба.



2. Склонения двух звезд одинаковы, следовательно, между моментами восходов звезд небесная сфера должна повернуться на 60° , то есть сделать $1/6$ своего суточного оборота вокруг наблюдателя. Один оборот небесной сферы занимает одни звездные сутки, то есть $23^{\text{ч}}56^{\text{м}}04^{\text{с}}$. Шестая часть этой величины составляет $3^{\text{ч}}59^{\text{м}}20^{\text{с}}$. В условии задачи не сказано, у какой из звезд прямое восхождение больше. Если прямое восхождение второй звезды меньше, чем у первой, то она взойдет раньше первой звезды на $3^{\text{ч}}59^{\text{м}}20^{\text{с}}$, и ее восход придется на $16^{\text{ч}}36^{\text{м}}52^{\text{с}}$ 23 марта. Если же прямое восхождение второй звезды больше, то ее восход произойдет на $3^{\text{ч}}59^{\text{м}}20^{\text{с}}$ позже восхода первой звезды, то есть $00^{\text{ч}}35^{\text{м}}32^{\text{с}}$ уже 24 марта. Чтобы найти время восхода этой звезды 23 марта, вычтем из полученного времени одни звездные сутки ($23^{\text{ч}}56^{\text{м}}04^{\text{с}}$). В итоге получим $00^{\text{ч}}39^{\text{м}}28^{\text{с}}$.

Окончательный ответ в задаче следующий: восход второй звезды 23 марта мог наблюдаться в $00^{\text{ч}}39^{\text{м}}28^{\text{с}}$ или в $16^{\text{ч}}36^{\text{м}}52^{\text{с}}$.

3. Обозначим световой поток от Солнца через J_0 . Тогда количество энергии, падающее за единицу времени на поверхность квадратного зеркала со стороной l под углом γ , равно

$$E = J_0 l^2 \sin \gamma.$$

Эта энергия отражается зеркалом и попадает на стену дома. Так как Солнце не является точечным объектом, а имеет угловой радиус ρ , световое пятно на стене дома будет иметь размер, существенно превышающий размер зеркала и равный

$$S = \pi (L \cdot \rho)^2,$$

где L – расстояние от зеркала до стены, угловой радиус Солнца выражается в радианах. Количество энергии, падающее на единицу площади стены внутри «солнечного зайчика», составит

$$J = \frac{E}{S} = J_0 \frac{l^2 \sin \gamma}{\pi L^2 \rho^2}.$$

Отношение величин падающей энергии от Солнца и от зеркала связаны друг с другом формулой Погсона:

$$\frac{J}{J_0} = 10^{-0.4(m-M)},$$

где m – звездная величина зеркала при наблюдении из светового пятна, M – звездная величина Солнца. Из последних двух уравнений получаем:

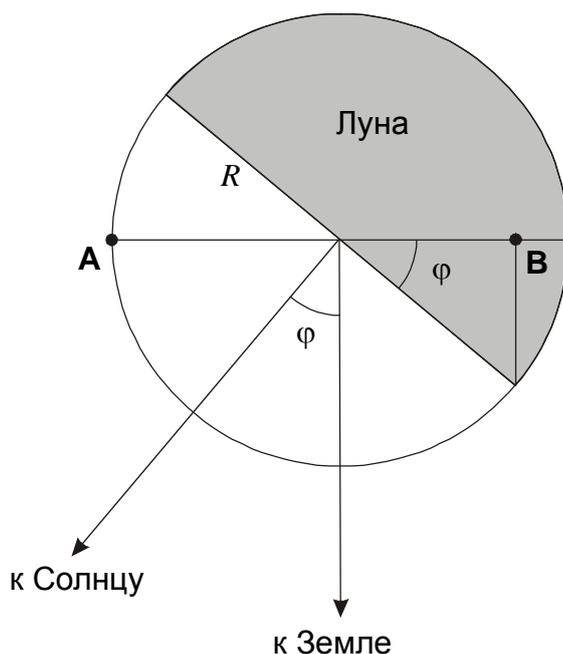
$$l = \sqrt{\frac{\pi}{\sin \gamma}} L \rho \cdot 10^{-0.2(m-M)}.$$

Подставляя численные значения, получаем, что размер зеркальца составляет около 6 см.

4. Во время полнолуния Солнце и Земля оказываются с одной стороны от Луны, и видимое с Земли полушарие полностью освещено, фаза Луны равна единице. По мере движения Луны угловое расстояние между Солнцем и Землей φ постепенно увеличивается. Если считать орбиту Луны круговой, а ее радиус – много меньшим, чем расстояние до Солнца, то угол φ увеличивается со временем t по линейному закону

$$\varphi = \frac{2\pi(t - t_0)}{T},$$

где t_0 – момент полнолуния, а T – синодический период Луны, равный 29.53 суток.



Фаза Луны есть освещенная доля видимого диаметра нашего спутника, лежащего в плоскости, содержащей Солнце, Землю и Луну. Как видно из рисунка, фаза есть отношение длины отрезка **AB** к диаметру Луны. Значение фазы составляет

$$F = \frac{R + R \cos \varphi}{2R} = \frac{1 + \cos \varphi}{2}.$$

Из данной формулы и связи фазы со временем получаем величину времени после полнолуния, в которое фаза Луны впервые принимает значение F :

$$t - t_0 = \frac{\varphi \cdot T}{2\pi} = \frac{\arccos(2F - 1) \cdot T}{2\pi}.$$

Для фазы 0.90 и 0.15 получаем величины времени: 3 и 11 суток.

5. Запишем формулировку обобщенного III закона Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2}.$$

Здесь a – большая полуось орбиты (в случае круговой орбиты – ее радиус), T – период обращения, M – суммарная масса планеты и спутника. Так как спутники малые, данная величина равна массе планеты. Линейная скорость орбитального движения спутника по круговой орбите равна

$$v = \frac{2\pi a}{T}.$$

Выражая в этой формуле a через v и подставляя в III закон Кеплера, получаем

$$\frac{v^3 T}{2\pi} = GM.$$

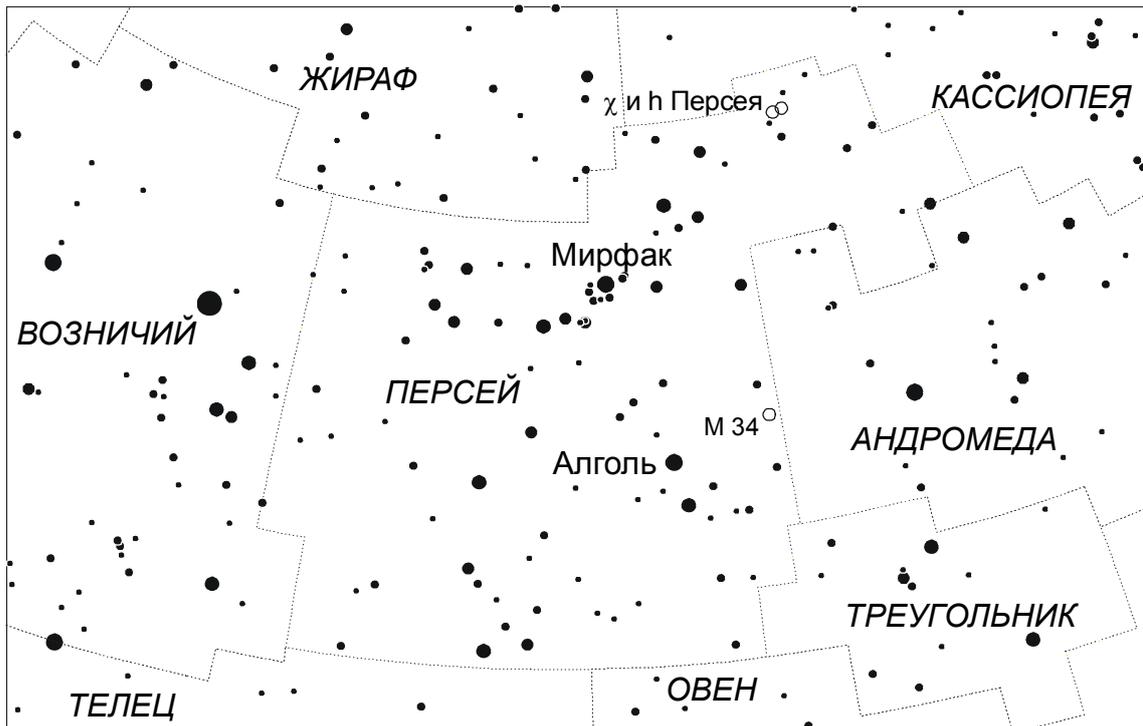
По условию задачи, орбитальные скорости спутников одинаковые, а период обращения у первого спутника вдвое больше, чем у второго. Получается, что масса первой планеты вдвое больше массы второй планеты.

6. Во время полного лунного затмения видимая яркость Луны уменьшается в тысячи раз, а цвет нашего спутника приобретает красный оттенок. Объектив телескопа с диаметром 5 см (в 8.3 раза больше зрачка человеческого глаза) собирает в 69 раз больше света, чем глаз. Но при увеличении в 20 крат видимая площадь Луны и ее изображения на сетчатке глаза становится в 400 раз больше, и количество света, падающее на единицу площади сетчатки глаза, оказывается примерно в 6 раз меньшим, чем при наблюдении Луны невооруженным глазом без телескопа.

Для нормального восприятия света различной яркости наши глаза оснащены двумя типами светочувствительных клеток: колбочками и палочками. Колбочки воспринимают яркий свет, различая его цвета. Палочки включаются в ночных условиях (или в темном помещении). Они способны улавливать свет маленькой интенсивности, но не различают его цвет. Поэтому мы способны оценивать цвет ярких звезд 1-2 звездной величины, которые «видят» колбочки, а более слабые звезды кажутся нам белыми.

Яркость потемневшей во время затмения Луны близка к пределу видимости колбочками, замечаящими ее красный цвет. Уменьшения ее поверхностной яркости в 6 раз может оказаться достаточно, чтобы Луна стала неразличимым для колбочек объектом. К ее наблюдению подключаются палочки, но Луна предстанет нашему взору уже не красным, а буро-серым диском. Необходимо отметить, что во время особенно темных лунных затмений красный цвет нашего спутника незаметен и для невооруженного глаза.

1. На рисунке показано созвездие Персея. Самая яркая звезда созвездия – Мирфак, а вторая по яркости звезда – Алголь – является самой известной затменной переменной звездой. Находясь в Млечном Пути, созвездие содержит множество рассеянных звездных скоплений. Самое яркое из них – двойное скопление χ и h Персея, выделяется также скопление М34. Объекты созвездия Персея и соседние созвездия подписаны на звездной карте. Большая часть созвездия Персея не заходит под горизонт в средней полосе России. Во время проведения олимпиады (январь-февраль) созвездие Персея хорошо видно в течение первой половины ночи, находясь очень высоко над горизонтом. После полуночи созвездие опускается ниже в северо-западную область неба.



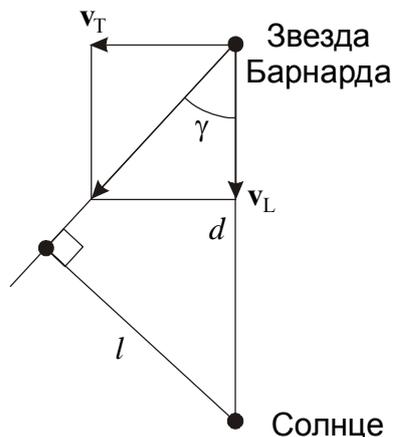
2. По данным условия задачи, расстояние до звезды Барнарда в настоящий момент составляет

$$d = 1 / \pi = 1.83 \text{ пк},$$

где π – параллакс звезды. Тангенциальная скорость равна

$$v_T = \alpha d = \alpha / \pi = 18.8 \text{ а.е./год} = 89.3 \text{ км/с}.$$

Здесь α – собственное движение звезды Барнарда.



Лучевая скорость звезды v_L равна -111 км/с. Знак минус указывает, что звезда Барнарда приближается к Солнцу, двигаясь под углом

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left| \frac{v_T}{v_L} \right| = 38.8^\circ$$

относительно направления на Солнце. Минимальное расстояние между Солнцем и звездой Барнарда составит

$$l = d \sin \gamma = 1.15 \text{ пк.}$$

Время, оставшееся до максимального сближения звезды Барнарда и Солнца, равно

$$\Delta t = \frac{d \cos \gamma}{\sqrt{v_L^2 + v_T^2}},$$

что составляет примерно 9800 лет. Нам остается определить звездную величину звезды Барнарда m в это время. Обозначим ее звездную величину в настоящее время как m_0 . Тогда искомая звездная величина составит

$$m = m_0 + 5 \lg \frac{l}{d} = m_0 + 5 \lg \sin \gamma = 8.51.$$

3. Так как зеркало находится прямо над наблюдателем, а солнечные лучи падают (и отражаются) под углом $\gamma=50^\circ$ к плоскости зеркала, нетрудно установить, что в точке наблюдения на Земле Солнце находится на глубине 10° под горизонтом, то есть уже темно, но спутник находится вне тени Земли и освещается Солнцем. Зеркало «Прогресса М-15» будем считать квадратным со стороной L . Количество энергии, падающее за единицу времени на поверхность этого зеркала, равно

$$E = J_0 L^2 \sin \gamma.$$

Эта энергия отражается зеркалом и попадает на поверхность Земли. Так как Солнце не является точечным объектом, а имеет угловой радиус ρ , световое пятно на Земле будет иметь размер, много больший размера зеркала. Площадь этого пятна будет равна

$$S = \pi (H \cdot \rho)^2,$$

где H – высота аппарата «Прогресс М-15», а угловой радиус Солнца выражается в радианах. Количество энергии, падающее на единицу площади Земли внутри светового пятна, составит

$$J = \frac{E}{S} = J_0 \frac{L^2 \sin \gamma}{\pi H^2 \rho^2}.$$

Чтобы выразить эту величину в лунеттах, нужно разделить ее на количество энергии, падающее на единицу площади поверхности Земли от полной Луны в зените J_L :

$$\frac{J}{J_L} = \frac{J_0}{J_L} \cdot \frac{L^2 \sin \gamma}{\pi H^2 \rho^2} = 10^{-0.4(M-m)} \cdot \frac{L^2 \sin \gamma}{\pi H^2 \rho^2}.$$

Здесь M и m – звездные величины Солнца и Луны. Подставляя численные значения, получаем 16 лунетт.

4. Промежуток времени между двумя последовательными весенними равноденствиями, называемый тропическим годом, составляет 365.24219 средних солнечных суток или примерно 365 суток 5 часов и 49 минут. Календарный год состоит из 365 или 366 суток. Поэтому в разные годы момент весеннего равноденствия может попадать как на 21, так и на

20 марта. К примеру, в 2003 году весеннее равноденствие наступило 21 марта ровно в 1 час по Всемирному времени, а в 2004 году оно произошло 20 марта в 6 часов 49 минут по Всемирному времени.

От 20 марта 2004 года до 20 марта 2081 года пройдет 77 лет, и в этот промежуток попадет 19 дней 29 февраля (через 4 года от 2008 до 2080 годов). Общее количество дней, которые будет содержать этот отрезок, равно

$$N = 365 \cdot 77 + 19 = 28124.$$

Умножая продолжительность тропического года на 77, получаем продолжительность 77 тропических лет в сутках:

$$T_{77} = 365.24219 \cdot 77 = 28123.64863.$$

Эта величина на 8 часов и 26 минут короче, чем N суток. 77 тропических лет завершатся быстрее, и весеннее равноденствие в 2081 году придется на 8 часов 26 минут раньше, чем в 2004 году, то есть на 22 часа 23 минуты по Всемирному времени 19 марта.

5. Обозначим большую полуось орбиты спутника через a , а ее эксцентриситет через e . Скорость спутника в точке перигея составляет

$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}}.$$

Здесь M – масса Земли. В то же время эта скорость равна второй космической скорости на апогейном расстоянии спутника, равном $a(1+e)$:

$$v_P = \sqrt{\frac{2GM}{a(1+e)}}.$$

Из данных формул мы получаем уравнение

$$\frac{1+e}{1-e} = \frac{2}{1+e},$$

которое можно переписать в виде

$$e^2 + 4e - 1 = 0.$$

Уравнение имеет два решения:

$$e = -2 \pm \sqrt{5}.$$

Физический смысл имеет только решение со знаком «+». Эксцентриситет орбиты спутника равен 0.236.

6. По закону Стефана-Больцмана светимость звезды составляет

$$L = 4\pi^2 \sigma R^2 T^4,$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана, R и T – радиус и температура поверхности звезды. Как известно, красные и голубые сверхгиганты имеют практически одинаковую светимость L . Это отражается на диаграмме Герцшпрунга-Рассела, на которой ветвь сверхгигантов имеет горизонтальный вид. В то же время голубые сверхгиганты значительно горячее красных. Следовательно, чтобы обеспечить такую же светимость, красные сверхгиганты должны быть существенно больше голубых сверхгигантов.