

III Российская Олимпиада школьников  
по астрономии и космической физике (1995/96 г.)  
Региональный этап.

---

**Задачи для 6-7 класса.**

1. Какие планеты и другие интересные небесные объекты Вы можете наблюдать сегодня ночью, если будет безоблачная погода? В каких созвездиях находятся сегодня планеты?

**Решение.** Ответ, естественно, в первую очередь, будет зависеть от даты проведения Вашей олимпиады, а также от широты местности. ▲

2. Осенней ночью охотник идёт в лес по направлению на Полярную звезду. Сразу после восхода Солнца он возвращается обратно. Как должен ориентироваться охотник по положению Солнца?

**Решение.** Возвращаясь, охотник должен двигаться на юг. Поскольку осенью Солнце вблизи равноденствия, оно восходит недалеко от точки востока. Следовательно нужно идти так, чтобы Солнце было слева. ▲

3. Почему свет луны в первой или последней четверти составляет меньше половины её света в полнолуние?

**Решение.** Главная причина – длинные тени, которые уменьшают площадь поверхности Луны, с которой до нас доходит отражённый от Солнца свет. ▲

**Задачи для 8-9 класса.**

4. Какие планеты и другие интересные небесные объекты Вы можете наблюдать сегодня ночью, если будет безоблачная погода? В каких созвездиях находятся сегодня планеты?

**Решение.** Ответ, естественно, в первую очередь, будет зависеть от даты проведения Вашей олимпиады, а также от широты местности. ▲

5. Каков может быть максимальный угол между Полярной звездой и Северным полюсом мира в результате прецессии земной оси? Когда это было в последний раз? Заходила ли при этом Полярная за горизонт на широте Вашего города?

**Решение.** Земная ось прецессирует по конусу с углом  $23,5^\circ$  и периодом около 26 тысяч лет. Значит 13 тысяч лет назад Полярная была на расстоянии  $47^\circ$  от Северного полюса мира, высота которого над горизонтом соответствует широте Вашего города. Значит Полярная была незаходящей для широт выше  $47^\circ$  и заходила на территориях к югу от этой параллели. ▲

6. В шаровом звёздном скоплении NGC 5694 видимые звёздные величины звёзд на  $18^m$  больше их абсолютных величин. Сколько световых лет до скопления?

**Решение.** По определению видимые звёздные величины звёзд равны абсолютным, если звёзды находятся на расстоянии  $10 \text{ Пк} = 32,6 \text{ св.лет.}$  Увеличение видимой звёздной величины на 5 соответствует отдалению звезды в 10 раз. Соответственно, увеличение на 18 зв. величин будет в том случае, когда звёзды находятся на расстоянии:

$$32,6 \text{ св. лет} \times 10^{18/5} \approx 130\,000 \text{ св. лет.} \quad \blacktriangle$$

**Задачи для 10 класса.**

7. Эллиптическую орбиту кометы разделили на две части прямой линией, проходящей через центр Солнца и перпендикулярной большой оси орбиты. За время движения по какой из этих двух частей (большей или меньшей) траектории комета получает большее количество тепла?

III Российская Олимпиада школьников  
по астрономии и космической физике (1995/96 г.)  
Региональный этап.

---

**Решение.** Ответ на вопрос задачи: комета получает одинаковое количество тепла за время движения по этим частям траектории. Докажем это. Поток тепла на единицу поверхности ядра кометы составляет

$$F = \frac{L_0}{4\pi R^2},$$

где  $R$  – расстояние от кометы до Солнца (длина радиуса-вектора). Из второго закона Кеплера мы знаем, что  $R^2 \Delta\alpha \sim \Delta t$ , где  $\Delta\alpha$  – малый угол поворота радиуса-вектора за малый интервал времени  $\Delta t$ . Тогда количество тепла, полученное единицей поверхности ядра за время  $\Delta t$ , составляет

$$F\Delta t \sim \frac{R^2 \Delta\alpha L_0}{4\pi R^2} = \frac{\Delta\alpha L_0}{4\pi}.$$

Поскольку все величины, кроме  $\Delta\alpha$ , в правой части этого уравнения постоянны, оно справедливо не только для малых, но и для любых значений  $\Delta\alpha$ , в том числе и для  $\Delta\alpha = 180^\circ$ , который соответствует повороту радиуса-вектора при движении по каждому из приведённых в условии участков орбиты. ▲

8. Луна в апогее на  $1/9$  дальше, чем в перигее. На сколько процентов она при этом слабее в полнолуние? На сколько процентов в перигее больше приливная сила?

**Решение.** Поток света от Луны обратно пропорционален квадрату расстояния до неё, соответственно, если принять за единицу поток света от Луны в перигее, то в апогее он составит  $(9/10)^2 = 0,81$ , то есть уменьшится на 19%. В звёздных величинах (это требуется найти только ученикам 11 класса) это будет

$$-\frac{5}{2} \lg 0.81 \approx 0.23$$

Приливная сила обратно пропорциональна кубу расстояния до Луны, поэтому в перигее она в  $(10/9)^3 \cdot 1,37$  раз (или на 37 %) сильнее. ▲

9. Найти первую и вторую космические скорости для Марса, диаметр которого  $d_M = 6800$  км, а средняя плотность  $\rho_M = 3,9$  г/см<sup>3</sup>.

**Решение.** Первую космическую скорость можно найти из условия движения космического тела по круговой орбите с радиусом, равным радиусу Марса:

$$\frac{V_I^2}{R_M} = \frac{GM}{R_M^2}$$

откуда, выражая массу Марса через его объём и плотность, получаем

$$V_I^2 = G\rho_M \frac{4}{3} \pi R_M^3 \frac{1}{R_M}$$
$$V_I = 2R_M \left( \frac{\pi G \rho_M}{3} \right)^{1/2} = d_M \left( \frac{\pi G \rho_M}{3} \right)^{1/2}$$

Вторая космическая скорость в  $2^{1/2}$  больше первой, то есть

$$V_{II} = d_M \left( \frac{2\pi G \rho_M}{3} \right)^{1/2}$$

Численные ответы:  $V_I = 3,54$  км/с,  $V_{II} = 5,0$  км/с. ▲

III Российская Олимпиада школьников  
по астрономии и космической физике (1995/96 г.)  
Региональный этап.

---

**Задачи для 11 класса.**

10. Эллиптическую орбиту кометы разделили на две части прямой линией, проходящей через центр Солнца и перпендикулярной большой оси орбиты. За время движения по какой из этих двух частей (большей или меньшей) траектории комета получает большее количество тепла?

**Решение.** Ответ на вопрос задачи: комета получает одинаковое количество тепла за время движения по этим частям траектории. Докажем это. Поток тепла на единицу поверхности ядра кометы составляет

$$F = \frac{L_0}{4\pi R^2},$$

где  $R$  – расстояние от кометы до Солнца (длина радиуса-вектора). Из второго закона Кеплера мы знаем, что  $R^2 \Delta\alpha \sim \Delta t$ , где  $\Delta\alpha$  – малый угол поворота радиуса-вектора за малый интервал времени  $\Delta t$ . Тогда количество тепла, полученное единицей поверхности ядра за время  $\Delta t$ , составляет

$$F\Delta t \sim \frac{R^2 \Delta\alpha L_0}{4\pi R^2} = \frac{\Delta\alpha L_0}{4\pi}.$$

Поскольку все величины, кроме  $\Delta\alpha$ , в правой части этого уравнения постоянны, оно справедливо не только для малых, но и для любых значений  $\Delta\alpha$ , в том числе и для  $\Delta\alpha = 180^\circ$ , который соответствует повороту радиуса-вектора при движении по каждому из приведённых в условии участков орбиты. ▲

11. Луна в апогее на  $1/9$  дальше, чем в перигее. Насколько (в звёздных величинах) она при этом слабее в полнолуние? На сколько процентов в перигее больше приливная сила?

**Решение.** Поток света от Луны обратно пропорционален квадрату расстояния до неё, соответственно, если принять за единицу поток света от Луны в перигее, то в апогее он составит  $(9/10)^2 = 0,81$ , то есть уменьшится на 19%. В звёздных величинах (это требуется найти только ученикам 11 класса) это будет

$$-\frac{5}{2} \lg 0.81 \approx 0.23$$

Приливная сила обратно пропорциональна кубу расстояния до Луны, поэтому в перигее она в  $(10/9)^3 \cdot 1,37$  раз (или на 37 %) сильнее. ▲

12. Вокруг некоторой планеты по круговой орбите радиуса  $R_0 = 10000$  км обращается космический корабль с орбитальной скоростью  $v_0 = 12$  км/с. В некоторый момент скорость корабля увеличили на  $\Delta V = 3$  км/с без изменения её направления.

- a. Чему стали равны после этого периастр и апоастр орбиты корабля?
- b. Чему равна скорость корабля в апоастре.
- c. Найдите массу планеты.

**Решение.** Решение задачи проще начать с пункта “с”. Из условия движения корабля по круговой орбите

$$\frac{V_0^2}{R} = \frac{GM}{R^2}$$

Получаем

III Российская Олимпиада школьников  
по астрономии и космической физике (1995/96 г.)  
*Региональный этап.*

---

$$M = \frac{V_0^2 R}{G} \approx 2.16 \cdot 10^{25} \text{ кг}$$

Периастр орбиты корабля после увеличения скорости останется равным  $R$ . Чтобы найти апоастр орбиты и скорость корабля, используем закон сохранения энергии и II закон Кеплера (через  $V_1$  обозначено  $V_0 + \Delta V$ ):

$$\frac{mV_1^2}{2} - \frac{GMm}{R_0} = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{GMm}{R_2}$$

$$V_1 R_0 = V_2 R_2$$

учитывая, что  $GM = V_0^2 R_0$ , и решая эти два уравнения совместно, получаем (из квадратного уравнения) два корня для  $R_2$ :

$$R_2 = R_0 \text{ и } R_2 = R_0 \frac{V_1^2}{2V_0^2 - V_1^2}.$$

Первый из них соответствует положению корабля в периастре и, следовательно нам не нужен, а второй – соответствует апоастру. Численно получаем  $R_2 \approx 35\,700$  км.

$$V_2 = V_1 R_0 / R_2 \approx 4.2 \text{ км/с. } \blacktriangle$$